

## Neues zum relativistischen elastischen Stoß im Laborsystem: vom Stoß zum Spektrum der Atome H und He

Manfred Kunz\*    Stefan Spaarmann<sup>+</sup>    Bianca Grebe\*

\* Reinhardtstr. 11, 04318 Leipzig, Rehfeldtstr. 7, 12527 Berlin, <sup>+</sup>Grassdorferstr. 19, 04425 Taucha

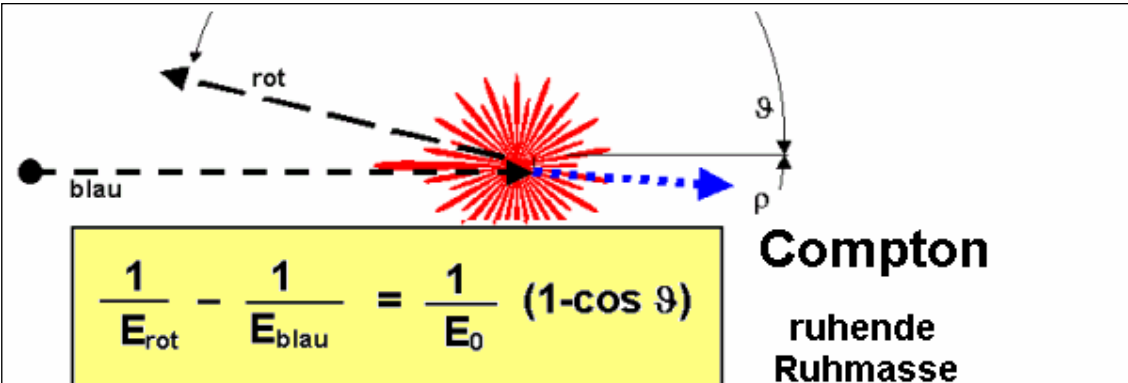
### Kurzfassung

In den Poster-Beiträgen DD 13-36 in Augsburg und DD 13-31 in Düsseldorf wurde berichtet über ein Modell von Comptoneffekten mit virtuellen Photonen, deren Impulse Polygone bilden. Ein Vergleich mit den Stoßformeln ist für Zweierstöße im Laborsystem möglich. Die Stoßformeln und das besagte Modell überlappen sich nur in einem Bereich und bei diesem identischen Stoßverhalten entstehen einfache schulgerechte Serien. Hier werden relativistische Stöße schulgeometrisch berechnet, wobei der mathematische Schwerpunkt des Impulsdreiecks wichtig ist. Diese schulgerechten Serien entsprechen formal dem Rydberg-Ritz-Prinzip. Die kinetischen Energien vom einlaufenden und auslaufenden Teilchen verkörpern zwei Laufzahlen. Man gelangt zu atomaren Spektralserien. Eine in der Geometrie der Photonenimpulse erkennbare Aufspaltung wird auf Bindungsteilchen übertragen. In zwei Patenten wird eine technische Nutzung unterbreitet.

Es wird ein kleines Weltmodell vorgeschlagen, welches auf drei Säulen beruht, das einerseits erlebbare anspruchsvolle Physik und andererseits eine ausgewählte für die Schule geeignete Version darstellt. Es sind dies erstens der relativistische Stoß, zweitens die Wechselwirkung von Photon und Teilchen nach Art des Comptoneffekts und drittens ein Algorithmus zur Simulation mit sehr

großer und sehr kleiner Schrittweite, der letztlich bis zur Himmelsmechanik reicht. In diesem kleinen Weltmodell kommen auch die Spektren der Atome H und He nebst Bindungsenergien vor. Vieles soll für Schüler bei entsprechender Anleitung mittels Abb. 7, 15, 23 und 31 berechenbar sein.

Abb. 1: Zwei verschiedene Methoden zur Berechnung von relativistischen Zweierstößen im Laborsystem,



$$\frac{1}{E_{\text{rot}}} - \frac{1}{E_{\text{blau}}} = \frac{1}{E_0} (1 - \cos \vartheta)$$

**Compton**  
ruhende  
Ruhmasse

**Zweiteilchenstoß im Laborsystem nach Rebhan, Greiner u.a.**

$$\cos \vartheta = (E_A \cdot E_R / c^2 + m_{B0} \cdot (E_R - E_A) - m_{A0}^2 \cdot c^2) / (p_A \cdot p_R)$$

$$\cos \vartheta = (E_R \cdot (E_A + m_{B0} \cdot c^2) - E_A \cdot m_{B0} \cdot c^2 - m_{A0}^2 \cdot c^4) / (p_A \cdot p_R \cdot c^2)$$

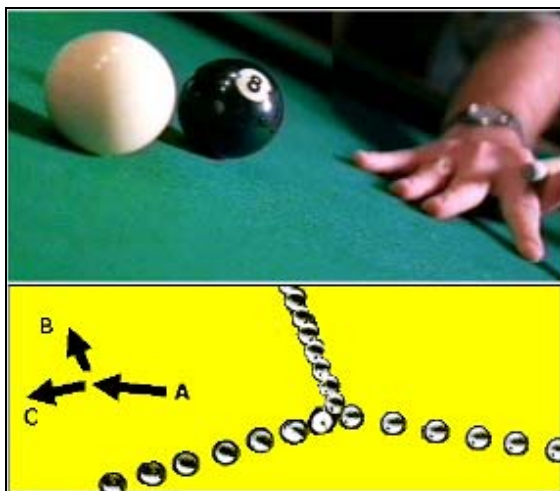
$$\cos \varphi = (E_A + m_{B0} \cdot c^2) \cdot (E_B - m_{B0} \cdot c^2) / (p_A \cdot p_B \cdot c^2)$$

einmal die üblichen Formeln aus der Kollisionsphysik und einmal der Comptoneffekt, der in realer oder inverser Form dreifach so eingesetzt wird, dass die Photonen zum Ring geschlossen werden [1,2,3].

### 1) Mehrstufiger Comptoneffekt

In den Poster-Beiträgen DD 13-36 in Augsburg und DD 13-31 in Düsseldorf [1], [2] wurde der Zusammenschluss mehrerer Comptoneffekte geschildert, bei dem es zu einem phasengleichen Ringschluss der virtuellen Photonen kam. In einem Patent [4] wird darüber ausgesagt: „Die Kopplung mehrerer Comptoneffekte lässt sich so gestalten, dass ein den Comptonprozess „eins“ verlassendes Photon als Eingangsphton für den Comptonprozess „zwei“ dient. Dessen austretendes Photon dient als Eingangsphton für den Comptonprozess „drei“. Dessen austretendes Photon kann nun entweder einem weiteren Prozess „vier“ oder dem Prozess „eins“ zugeführt werden, in jedem Fall bedarf es einer Abstimmung dergestalt, dass nach frühestens drei Stufen ein Kreisprozess entsteht. Das anfangs eingesetzte oder ausgeborgte Photon für Prozess „eins“ muss vom Prozess „drei“ wieder abgeliefert werden.“

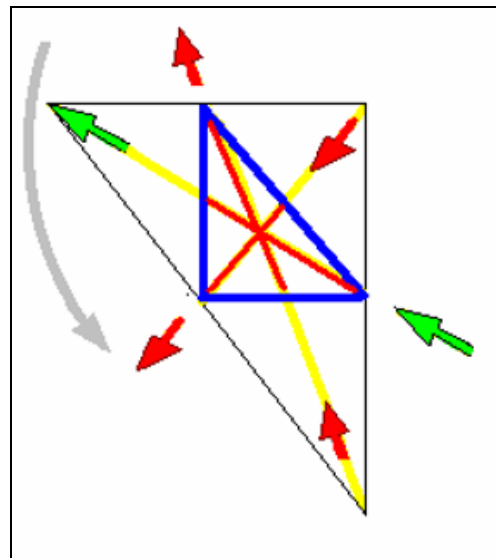
Die Impulse beim Teilchenstoß werden dabei in merkwürdiger Weise von Photonen in Form von Polygonen begleitet. Ein Vergleich mit den Stoßformeln für relativistische elastische Zweierstöße im Laborsystem [5] [6] bestätigt diesen Ansatz. Der Comptoneffekt ist das entscheidende Instrumentarium in diesem Modell zur Behandlung von Teilchenstößen. Jede einzelne Ecke eines Vielecks, welches durch Impulse verursacht wird, besitzt Merkmale eines Comptoneffekts, einmal wegen des auftretenden Teilchens und einmal wegen der beiden angrenzenden Photonenimpulse mit den Energien  $e_{\text{blau}} = m_{\text{blau}} \cdot c^2$  und  $e_{\text{rot}} = m_{\text{rot}} \cdot c^2$ , wobei  $m_{\text{blau}}$  und  $m_{\text{rot}}$  fiktive Photonenmassen vor und nach dem Stoß bezeichnen. Diese verkörpern also zwei benachbarte Seiten des Vielecks.



**Abb. 2: Teilchen A stößt das ruhende Teilchen, welches in Richtung B gestoßen wird. Teilchen A verlässt in Richtung C den Stoßort. A wird also nach C abgelenkt, gestreut bzw. reflektiert [7].**

Die Stoßformeln und das besagte Modell überlappen sich in einem Bereich, welcher wegen  
© Dr. Manfred Kunz e. Kfm. [www.kunz-consult.com](http://www.kunz-consult.com)

seiner Einfachheit die Bezeichnung **Schulversion** bzw. die Attribute schulgerecht oder schultauglich erhält. Das Gebiet der Überlappung der relativistischen Stoßformeln mit dem Modell der kombinierten Comptonstöße wird symbolisch veranschaulicht in Abb. 2 und 3. Für den Leser stellt sich die Frage, wie diese Zweigleisigkeit von Physik und Geometrie der Comptonbausteine zu verstehen ist? Es sind einmal die in Abb. 1 genannten Formeln, die die physikalische Erfahrung widerspiegeln, zum anderen ist das Instrumentarium von Compton ein weiterer Zugang. Der Vergleich beider Wege gestattet es, wichtige Aussagen zu treffen, dass z.B. ein Faktor 2 zwischen den Seitenhalbierenden und den Teilchenimpulsen eingeführt werden muss, Abb. 3. **Fazit: Etablierte Physikformeln legitimieren das Konstrukt aus Comptonbausteinen**



**Abb. 3: Der Startimpuls (grün) wird im blauen Dreieck nach links abgelenkt, während die ruhende Masse nach oben gestoßen wird.**

### 2) Die Schulversion – ein erster Überblick

Das besagte Überlappungsgebiet ist eine wissenschaftliche Oase, die es bereits Schülern gestattet, relativistische Stöße im eingeschränkten Maße selbst zu berechnen. Die Schulversion des relativistischen Zweierstoßes erstreckt sich von einem Grenzfall mit einer unendlich großen ruhenden Ruhmasse bis zu einem anderen Grenzfall, der im geraden Stoß zweier gleicher Ruhmassen mündet. Vorteile dieser Vorgehensweise sind der Verzicht auf Begriffe wie Vektor, physikalische Größen (außer Impuls), Infinitesimalrechnung, Streuung, Unschärferelation, Quantentheorie und andere. Sogar Raum und Zeit werden in dieser Impulswelt vermieden.

Die Physik wird in die Geometrie verlagert, und ein zusätzlicher Vorteil ist die Bevorzugung ganzer Zahlen. Man wird fragen, wie relativistische Stöße ohne eingehende Kenntnis der Relativitätstheorie, insbesondere der speziellen Relativitätstheorie

(SRT) behandelt werden können. Doch die Übereinstimmung mit dem Formelwerk der Relativistik [5], [6] bestätigt zunächst einmal die Richtigkeit und Zulässigkeit der Schulversion. Diesen Vorteilen steht eine Reihe von drastischen Einschränkungen entgegen. Die stichwortartig genannten Nebenbedingungen lauten: schlagartige Bewegungsänderung von fast Lichtgeschwindigkeit auf Null, harte Landung bei voller Elastizität, Teilchen, die elektrisch bzw. magnetisch neutral sind. Des Weiteren werden Punktmassen angenommen, deren Kollision ohne jede Streuung verläuft. Die Lichtgeschwindigkeit wird pro forma auf einen Einheitswert gesetzt, womit eine Äquivalenz von Masse, Energie und Lichtimpuls hergestellt wird. Eine bereits im Titel erwähnte Beschränkung fordert ein (im Laborsystem) ruhendes Teilchen vor oder nach dem Stoß. Das stoßende Teilchen soll meist leichter als das Target sein, vorzugsweise handelt es sich um den Frontalruhestoß (FRS) und nicht um den Auffahrtsruhestoß (ARS). Schließlich und nicht zuletzt werden nur Aussagen über die Impulswelt gemacht, einer von Raum und Zeit losgelösten Welt von Impulspolygonen. Die Energie, die Ruhmassen und die relativistischen Massenzunahmen sind in diesen Impulspolygonen in eigenartiger Weise eingebettet. Beim Übergang zum klassischen Pendant des schiefen elastischen Zweierstoßes stellt sich heraus, dass die (relativistische) Schulversion einfacher als die übliche mechanische Behandlung ist, siehe Punkt 13.

Fazit: Der neue Zugang zur Stoßbehandlung ist nur bedingt anwendbar, hat jedoch Vorteile und Eigenheiten

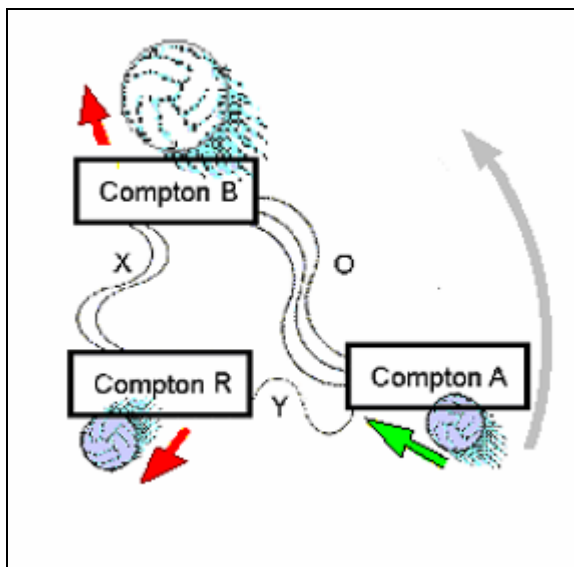


Abb. 4: Schema zu Abb. 3, dargestellt durch einen großen und kleinen Ball. A (grün) wird abgelenkt und quasi reflektiert zu R (rot).

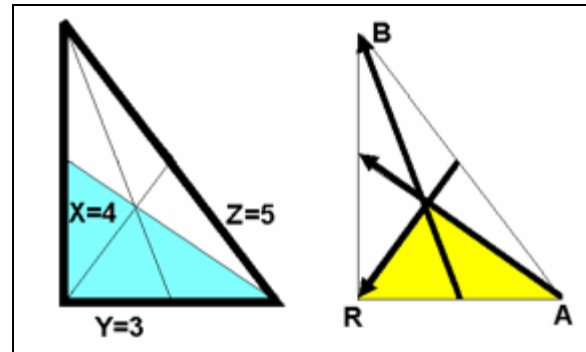


Abb. 5: Der Paradedfall eines Stoßes, einmal unter Betonung der Impulse der Teilchen und einmal als Umfang des Dreiecks aus Photonen.

### 3) Die Sicht des Schülers

Die Impulsphysik der Polygone vereinfacht sich extrem bei der Schulversion, siehe Abb. 5. Dem Schüler wird nur von dem inneren Dreieck (Abb. 3, blau gezeichnet) erzählt und als Regel mitgeteilt, dass jeder Teilchenimpuls doppelt so groß wie die Seitenhalbierende ist. Dem Schüler wird auch erzählt, dass die Teilchenimpulse im Inneren des Dreiecks liegen, wie in Abb. 3 demonstriert, doch dem Physiker wird klar, dass bei richtiger Auslegung des Comptoneffekts (Abb. 4) die Teilchenimpulse nur außerhalb des Dreiecks auftreten dürfen. Doch Verschiebeoperationen, wie Parallelverschiebung der Impulse sind zulässig und werden beim Konzept der Seitenhalbierenden, wo es um den mathematischen Schwerpunkt im gemeinsamen Schnittpunkt geht, gebraucht. Nur unter solchen Prämissen der Lehrer kann dem Schüler die Vertrautheit vermittelt werden, die er von der Dreieckslehre her kennt. Man nehme ein Dreieck, am einfachsten ein rechtwinkliges mit den Seiten  $Y=3$ ,  $X=4$ ,  $O=5$  und konstruiere die Seitenhalbierenden anstelle der Impulse  $\rho_R$ ,  $\rho_S$ ,  $\rho_T$ . Zur Umrechnung von Seiten in Impulse siehe Tabelle in Abb. 6.

Diese Seiten  $O$ ,  $X$ ,  $Y$  verkörpern Impulse von Photonen, wie der dreistufige Comptoneffekt in Abb. 04 zeigt. Die drei Ecken des Dreiecks erhalten die Bezeichnung  $A$ ,  $B$ ,  $R$  oder mitunter  $S$  wie Startimpuls,  $T$  wie Target,  $R$  wie reflektierter Impuls des Startteilchens. Außerdem ergibt die Differenz zweier Seiten laut Comptoneffekt eine kinetische Energie für jedes der mit  $S$ ,  $T$ ,  $R$  bezeichneten Teilchen. Diese von den Lichtenergien herrührende kinetische Energie passt nicht in die Impulswelt und wird deshalb als relativistische Massenzunahme bzw. als **Zusatzmasse**  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_R$  aufgefasst.

Somit ist z.B. die Differenz  $X-Y$  gleich  $Z_R$ . Nun kann die Rechnung beginnen mit Vorgabe von zwei dieser drei  $Z$ -Werte. Setzt man beispielsweise  $Z_A=2$  und  $Z_R=1$ , dann ergibt sich nach dem Energieerhaltungssatz  $Z_B=1$ , siehe Abb. 7.

Schulbuch-Mathematik || Impuls-Physik

$$s_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot (b^2 + c^2) - a^2} \quad | \quad p_R = \sqrt{2 \cdot (X^2 + Y^2) - Z^2}$$

$$s_b = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot (a^2 + c^2) - b^2} \quad | \quad p_S = \sqrt{2 \cdot (Z^2 + Y^2) - X^2}$$

$$s_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot (a^2 + b^2) - c^2} \quad | \quad p_T = \sqrt{2 \cdot (Z^2 + X^2) - Y^2}$$

$$a = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (s_b^2 + s_c^2) - s_a^2} \quad | \quad Z = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (p_S^2 + p_T^2) - p_R^2}$$

$$b = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (s_a^2 + s_c^2) - s_b^2} \quad | \quad X = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (p_R^2 + p_T^2) - p_S^2}$$

$$c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (s_a^2 + s_b^2) - s_c^2} \quad | \quad Y = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot (p_R^2 + p_S^2) - p_T^2}$$

**Abb. 6: Seitenlängen und Seitenhalbierende, eine Umrechnung unter Bezug auf Abb. 5, hierin bedeuten T (oder B) Target, S (oder A) stoßendes Teilchen und R reflektiertes Teilchen, siehe auch Kimberling [8] und [2 S. 8].**

**Gegeben:**  
 $z_A=2, z_R=1$   
 $z_B=1$  1)

**Berechnet:**  
 $Y=z_A+z_R=3$  2)  
 $X=Y+z_R=4$  3)  
 $O=X+z_B=5$  3)

**Seitenumfang:**  
 $m_A=12$

**Abb. 7: Schüleraufgabe und Lösung. Die Fußnoten besagen 1) Erhaltungssatz der kinetischen Energie beim elastischen Stoß, 2) im Punkt 6 erklärte Bedingung Umfang= $m_{A0}$  und daraus abgeleitete Formel, 3) reguläre Bildung der z-Werte als Differenzen der Seiten.**

Wenn die Seitenhalbierenden Impulse sein sollen, dann müssen auch Dreieckseiten den Charakter von Impulsen haben, siehe Abb. 5. Vorgehend wird nun eine Relation zwischen Masse  $m_A$  des Startteilchens und dem Dreiecksumfang angewandt, nämlich Umfang= $m_A$ , siehe Punkt 6. Damit gelingt es, die Seiten aus den z-Werten zu ermitteln, also für  $Y = z_A + z_R$ . Im Beispiel erhält man für O, X, Y die entsprechenden Zahlen 5, 4, 3 sowie noch  $m_A=12$ . Für den Schüler läuft dies auf eine Dreiecksberechnung hinaus, den Stoßwinkel  $\vartheta$  berechnet man aus  $\tan\vartheta=18$ . Der Impuls  $p_R$  beträgt 5, die Seitenhalbierende  $5/2$ . Die Energien werden stets als Massenäquivalente angegeben. Die Gesamtenergie von Teilchen R, d.h. vom stoßenden Teilchen A nach dem Stoß, setzt sich zusammen aus Ruhmasse  $m_{0R}=m_{0A}$  und Zusatzmasse  $z_R$ , also  $12+1=13$ . Die Geschwindigkeit erhält man - wie aus der Mechanik gewöhnt - aus  $p/m$ . Aus Impuls  $p_R=5$ , geteilt durch Gesamtmasse 13 erhält man die auf  $c=1$  reduzierte Geschwindigkeit  $\beta_R = 5/13$ . Damit sind die wesentlichen Stoßparameter des Beispiels, welches nachfolgend als **Paradefall**

bezeichnet wird, ermittelt. Die ruhende Masse  $m_{0B}$  folgt stets aus einem „Hebelgesetz“  $m_{0B} \cdot z_B = m_{0A} \cdot (z_A + z_R)$ , siehe Gleichung (23) auf Seite 15. Zweckmäßig ist die Vorgabe von  $z_A$  und  $z_R$ . Einige Beispiele sind aus Abb. 10 zu entnehmen. Die Stoßwinkel bei der Schulversion, siehe Abb. 8, sind nicht sonderlich aufregend, sie bewegen sich nur innerhalb eines kleinen Spielraums.

$\vartheta = 86,6^\circ$  bis ca.  $90^\circ$  (Kosinus von 0,05882 bis 0)  
 $\varphi = \text{ca. } 0^\circ$  bis  $46,3^\circ$  (Kosinus von 1 bis 0,69..)

Bei der Annäherung an den Grenzfall  $0^\circ$  tritt der kleinste  $\varphi$  Wert stets gemeinsam mit dem größten  $\vartheta$  auf, also mit wachsendem  $z_A$  bei  $z_R=z_A-1$ .

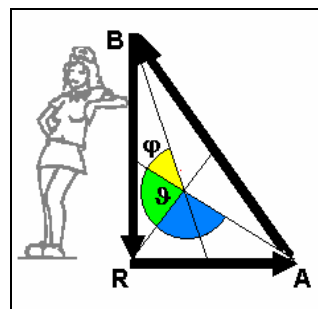
Fazit: relativistische Physik ist schulgerecht, wenn man sich der Grenzen bewusst ist

**4) Beschränkung auf zwei Teilchen und drei Impulse im Laborsystem**

Das Formelwerk der Relativistik von Abb. 1 behandelt alle elastischen relativistischen Zweierstöße im Laborsystem. Das Vorliegen von zwei kollidierenden Teilchen mit drei Impulsen ist eine notwendige aber nicht hinreichende Bedingung für die Schulversion. Entscheidend ist ein Kriterium, dass die Summe der Massenäquivalente der kinetischen Energien exakt die stoßende Ruhmasse ergibt, erst dann handelt es sich um die Schulversion. Ohne diese Bedingung eröffnet sich ein weites Feld und eine erdrückende Menge von Fällen mit in gleicher Weise abgeleiteten Comptonbausteinen. Dies ist für Schüler zu kompliziert und wird als Lehrerversion bezeichnet. Beide Herangehensweisen, die Schulversion und die Lehrerversion eröffnen einen neuen Zugang zur eigenständigen Behandlung von Stößen. Ein Verbund von Comptonstößen schafft einen neuen Weg zur konventionellen Stoss-Relativistik.

Es wurden auch andere Kombinationen teils aus Einzelfällen bestehend, teils als Serien untersucht, und Abb. 12 zeigt einen Fall. Eine interessante Erweiterung mit beliebig vielen Ecken bringen die regulären Polygone, siehe Punkt 18.

Fazit: Comptonbausteine eröffnen ein weites Feld, die Schulversion ist nur eine Untermenge



**Abb. 8: Die Stoßwinkel  $\vartheta$  und  $\varphi$  beim Paradefall, der aus den Seitenlängen 3, 4, 5 besteht.**

**5) Ohne Bewegung keinen Impuls, keine kinetische Energie, keine Massenzunahme**

Die kinetische Energie  $e_{kin}$  entspricht einem Massenäquivalent  $z$  gemäß  $e_{kin} = z \cdot c^2$ . Die berühmte Einsteinformel wird hier nur auf  $e_{kin}$  angewandt und als Masse fungiert hier die relativistische Zusatzmasse  $z$ . Ohne Bewegung gibt es keine relativistische Massenzunahme, doch für ein isoliertes Teilchen ist Bewegungslosigkeit eine relative Angelegenheit. Wenn aber zwei kollidierende Teilchen im Laborsystem vorliegen, dann gibt es keine Fragen zum Bezugssystem. Die Fragestellung: „was wäre, wenn die ruhende Masse sich bewegt“ ist sophistisch, weil der geometrische Impulsverbund eine unverrückbare Ganzheit ist. Es sei vorwegnehmend angedeutet, dass die ruhende Masse im Laborsystem eine Plattform bildet. Diese Plattform dient ausnahmslos für alle Teilchen als Start- oder Landeplatz. Auch die virtuellen Photonen starten oder landen auf dieser Plattform, doch darüber gehen die Meinungen auseinander, weil das gestreute Photon nicht als neu entstanden, sondern als nur verändert angesehen wird. Man kann von einem gebundenen Zustand sprechen, weil der elastisch und relativistisch verlaufende Stoß in Gestalt der Impulse kurzzeitig gebunden ist. Die wichtige Formel von Lorentz für die Massenzunahme ist in Abb. 11 wiedergegeben. Doch wichtiger ist die Energie-Impulsbeziehung von Einstein, die die Lorentzformel implizit enthält und in abgewandelter Form z.B. für den Impuls  $p_A$  und für Zusatzmasse  $z_A$  in Abb. 9 gezeigt wird.

$$\begin{aligned}
 (m_{A0} + z_A) + m_{B0} &= (m_{R0} + z_R) + (m_{B0} + z_B) \\
 (m_{A0}^2 \cdot c^4 + p_A^2 \cdot c^2) &= (m_{A0}^2 \cdot c^2 + z_A \cdot c^2)^2 = \\
 &= E_{ges}^2 = (m_A \cdot c^2)^2 \\
 m_{A0}^2 + p_A^2 &= (m_{A0} + z_A)^2 = m_A^2 \quad c=1 \\
 \boxed{p_A^2 = 2 \cdot m_{A0} \cdot z_A + z_A^2} & \quad c=1
 \end{aligned}$$

**Abb. 9: Zur Impuls-Energie-Beziehung**

Beim Vieleck ergibt sich gemäß Comptoneffekt an jeder Ecke für jedes Teilchen und für jeden Impuls eine kinetische Energie als Differenz zweier anliegender Seiten. Es geht um die kinetische Energie  $e_{kin}$  des aus dem Ruhezustand gestoßenen Teilchens. Die Energiedifferenz der besagten beiden Photonen entspricht dieser Energie  $e_{kin}$  des in Bewegung versetzten Teilchens. Hier geht es um den Kern der Relativitätstheorie, nämlich um die Massenzunahme, wie in Abb. 11 als Funktion der Geschwindigkeit angezeigt.

Fazit: Die relativistische Zusatzmasse und die Ruhmasse ergeben direkt den Teilchenimpuls ohne Zuhilfenahme des Energiebegriffs

$$p_A^2 / c^2 = 2 \cdot m_{A0} \cdot z_A + z_A^2 \quad \text{mit } c=1$$

**6) Welche Rolle spielen die Polygonseiten?**

**Das „geometrische Feld“**

Die Rolle der Seiten O, X, Y ist noch rätselhaft, siehe Abb. 5. Da die Dreieckseiten die Stoßimpulse umhüllen, erscheint es naheliegend, den Seiten O, X, Y einen Impulscharakter zuzuordnen. Da aber die Seitendifferenzen kinetische Energie ergeben, ist es ebenso naheliegend, ihnen eine kinetische Energie zuzuordnen. Was ist nun richtig? Die Antwort lautet: beides. Die Dreieckseiten besitzen ein Doppelgesicht, sie offerieren einen Dualismus von Impuls und Energie, der mit den Photonen zusammenhängt. Nützlich ist ein Vergleich mit einem Magnetfeld, doch da es sich um neutrale Partikel und um Polygone handelt, soll der Begriff geometrisches Feld, Dreiecksfeld geprägt werden. Die gefundenen Beziehungen  $z_A=O-Y$ ,  $z_R=X-Y$  und  $z_B=O-X$  gestatten noch keine Berechnung der Seiten aus den Zusatzmassen bzw. den entsprechenden kinetischen Energien. Erst mit der bereits mehrfach zitierten Annahme  $Umfang=m_{0A}$  gelangt man zu dem Gesamtbild  $Y=z_A+z_R$ ,  $O=2 \cdot z_A+z_R$ ,  $X=z_A+2 \cdot z_R$ . Auch der Umfang, also die Summe der Seiten lässt sich nun mit  $z$ -Werten formulieren:  $Summe= 4 \cdot z_A+4 \cdot z_R=m_{0A}$ . Man kann auch die Impulse mittels  $z_A$ ,  $z_R$  ausdrücken; so wäre  $p_R^2$  mittels Abb. 6 gleich  $(2 \cdot (z_A+2 \cdot z_R))^2 + 2 \cdot (z_A+z_R)^2 - (2 \cdot z_A-z_R)^2 = (2(16)+2(9)-25) = 25$ . Damit werden dem Dreieck physikalische Größen zugeordnet. In der Impulswelt des Comptoneffekts gelingt es besonders leicht, die Größen  $p$ ,  $m_0$  und  $z$  zu behandeln, weil die relativistische Zusatzmasse  $z$  aus der Differenz der Photonenenergien folgt. Die Energie-Impulsbeziehung Abb. 9 ist fundamental.

$z_A$	$z_R$	$z_B$	O	X	Y	$m_A$
5	1	4	11	7	6	24
5	2	3	12	9	7	28
5	3	2	13	11	8	32
5	4	1	14	13	9	36
2	1	1	5	4	3	12

$m_A$	$m_B/m_A$	$p_A^2$	$p_R^2$	$\tan^2 \vartheta$
24	3/2	265	49	2592/5
28	7/3	305	116	1764/5
32	4	345	201	1536/5
36	9	385	304	1458/5
12	3	52	25	18°

**Abb. 10: Einige Beispiele zur Schulversion**

Folgt man der herrschenden Auffassung, dass das jeweils veränderte Photon eines Comptoneffekts kein neues Photon ist, sondern als ein hinsichtlich der Energie verändertes Photon betrachtet wird, dann erfährt die Entität des besagten Photons einen mehrfachen Wechsel. Trotz allem fehlt den Dreieckseiten ein physikalisches Image, während die Teilchenimpulse relativ klar und verständlich sind, nicht zuletzt deshalb, weil seit Newton diese Bewegungsgröße jedem Physiker in die Wiege gelegt wird. Das besagte fehlende Image lässt sich

aber schnell herstellen, denn die virtuellen ringförmig geschlossenen Photonen (oder andere Gattungen wie Gravitonen oder Neutrinos) sind nichts anderes als ein Feld, welches jeden Impuls begleitet. Die Polygonseiten verkörpern ein impulsbegleitendes Feld aus Energie.

Fazit: Impulse erzeugen ihr eigenes Feld

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\left(\frac{m_0}{m}\right)^2 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1$$

Abb. 11: Lorentzformel

### 7) Die Physik wird zur Geometrie

Die Spezielle Relativitätstheorie SRT besaß stets Berührungspunkte zur Geometrie, wie besonders von Liebscher [9] herausgestellt wurde. Will man die Physik auf die Geometrie reduzieren, dann müssen zunächst die beteiligten physikalischen Größen vereinheitlicht werden. Ein Vieleck ist kein Diagramm, wo unten Meter und oben Sekunden aufgetragen werden. Für die Physik der Stöße bedeutet dies eine Reduktion auf den Impuls und auf die Massen sowie ihre relativistischen Zusatzmassen.

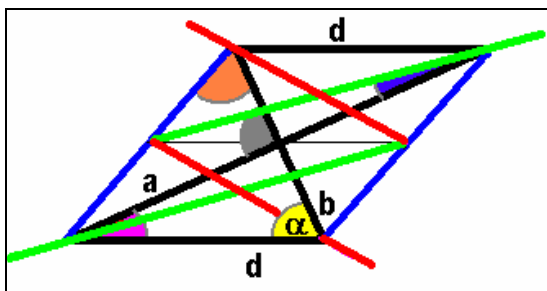


Abb. 12: Konvexes Impulsviereck eines Stoßes zweier gleicher bewegter Massen. Der entsprechende Photonenpfad mit den Seiten a, d, b, d, a hat eine X-förmige Gestalt. Alle Seiten des Vierecks kann man entweder einheitlich als Masse oder einheitlich als Impuls auffassen. Der Winkel  $\alpha$  muss eigentlich in die Compton-Formel als Supplementwinkel eingesetzt werden und bewirkt ein Minuszeichen vor dem Kosinus, siehe [1 Abb. 11].

Es ist das Verdienst von Einstein, eine Brücke für die Umrechnung von Energie in Impuls geschaffen

zu haben. Statt der klassischen mechanischen Fassung  $e=p^2/(2m)$  kann seit Einstein  $e$  durch Ruhmasse und  $z$  ersetzt werden zu  $p^2=2m_0 \cdot z+z^2$ . Ruhmasse, Zusatzmasse und Impuls lassen sich damit sozusagen in einem Atemzug auf einen gemeinsamen Nenner bringen. Die Ruhmasse wird als mathematischer Begriff deklariert. Dazu dient die in Abb. 1 genannte Verschiebungsformel mit  $1/E_{\text{rot}} - 1/E_{\text{blau}}$ . Die Energien können allesamt einschließlich  $1/E_0$  als Impulse geschrieben werden, da alle den Charakter von Photonen haben, siehe auch Abb. 12.

Die Geschwindigkeit wird normalerweise aus dem jeweiligen Comptoneffekt berechnet. Sie kann auch geometrisch gedeutet werden, und zwar als Abkürzung eines Umweges, den das Photon mit Tempo  $c$  beim Umlaufen des Polygons beschreitet. Dies soll mit Zahlen am Dreieck demonstriert werden. Diese neuartige Deutung der Geschwindigkeit wird in der Impulswelt ohne Raum und Zeit vorgenommen. Wie geht dies an? Angenommen, ein Hase verkörpert das Photon und ein Igel verkörpert das betrachtete Impulsstück, welches mit Tempo  $v$  passiert wird. Der Hase umrundet das Dreieck des Paradesfalls mit den Seiten 3 4 5. Es müssen dazu 12 Impulseinheiten absolviert werden. Diese Einheiten sind keine Zeit, sondern Impulslängen. Der Igel benutzt eine Abkürzung, und zwar eine Seitenhalbierende, wozu er im Falle  $p_R$  nur 5/2 Impulseinheiten braucht. Was bedeutet dieses  $v$  bei einem Teilchen mit  $m_0=12$  und  $e_{\text{kin}}=1$ ? Gewöhnlich wird  $v$  ins Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit  $c$  gesetzt und als  $\beta$  (hier  $\beta \approx 0,38$ ) bezeichnet. Man kann dies als eine Abkürzung von 62% gegenüber  $c$  auffassen und stelle sich dazu das Vieleck als einen See mit einer Brücke vor! Die Brücke repräsentiert einen Fahrweg mit Tempo  $v$ , während das Ufer als Umfang einen Fahrweg mit Tempo  $c$  verkörpert. Der physikalische Hintergrund dafür lautet  $v=(m \cdot v)/m$ , wobei  $m$  aus Ruhmasse und aus Zusatzmasse  $z$  zusammengesetzt ist, siehe [1 Abb. 14]. Die unglaubliche Deutung von  $v/c$ , demonstriert mit Zahlen am Dreieck, wird deutlicher am Beispiel der Impulsphysik der Polygone in Punkt 18.

Normalerweise ergibt sich bei Comptonbausteinen an jeder Ecke ein  $v/c$ , eine Impulslänge und seine Richtung (Winkel  $\varphi$ ). Wenn aber die Physik zur Geometrie wird, dann muss  $v/c$  aus den Impulslängen abgelesen werden, wobei das geometrische Feld den Umweg  $c$  und die Seitenhalbierende den kürzesten Weg  $v$  repräsentiert.

Fazit: In der Impulswelt gewinnt man Geschwindigkeit ohne Raum und Zeit.

### 8) Grundannahme der Schulversion: die stoßende Ruhmasse nimmt beim Stoß die Form eines Dreiecks, bzw. Vierecks an

Beim Umgang mit der Schulversion stellt man überraschend fest, dass der Umfang des geometrischen Gebildes zahlenmäßig der stoßenden Ruhmasse  $m_{0A}$  entspricht. Dies war nicht von Anfang an klar, doch man könnte dies als einziges Kriterium zu Abgrenzung der Schulversion von der Mannigfaltigkeit der relativistischen Stöße benutzen. Die Schulversion ist nur ein schmaler Korridor durch diese Mannigfaltigkeit. Hier ein provokativer Vergleich mit der Schulversion: man stelle sich die Welt der allgemeinen Dreiecke vor, aus der man quasi mittels Filter nur *die* Dreiecke herausucht, welche rechtwinklig sind. Bitte nicht verwechseln: in der Schulversion gibt es nur ein einziges rechtwinkliges Dreieck, siehe Abb. 5.

Die Gleichsetzung von Seitenumfang  $O, X, Y$  mit Ruhmasse  $m_A$  lässt die Schlussfolgerung zu, dass Ruhmassen zerstückelt werden können, etwa nach Art der Quarks. Jede bewegte Ruhmasse sollte sich demgemäß in einen „eckigen“ Ringvektor verwandeln, der aus Energie  $e = m_0 \cdot c^2$  besteht. Sehr tragfähig ist diese Interpretation nicht, denn beim Abweichen von dem schmalen Pfad der Schulversion stellt sich heraus, dass dieser eckige Ring grundsätzlich eine Summe von Zusatzmassen  $4 \cdot z_A + 4 \cdot z_R$  ergibt, was bei der Schulversion zahlenmäßig stets der Ruhmasse  $m_{0A}$  entspricht (siehe Punkt 6). Dies ist kein Zufall, sondern ein Filterkriterium, welches mit einigen andern Kriterien (z.B.  $Y = z_A + z_R$ ) korrespondiert bzw. im Einklang steht. Die Formel  $\text{Umfang} = m_{0A}$  grenzt die Schulversion von den viel umfangreicheren Versionen ab, die für die praktische Stoßberechnung nötig sind. Da ist entweder der Umfang viel größer oder viel kleiner als die besagte Ruhmasse. Die über die Schulversion hinausgehende Frage lautet nun, welche Bewandnis hat es mit dem Polygonumfang? Die Antwort geht vom Charakter der Photonen aus, indem ihre Impulse, ihre Energie und ihre fiktive Masse quasi ein geometrisches Feld ergeben. Aus ihm erhält man letztlich als Differenz die Bewegungsenergie der stoßenden Teilchen. Ohne Bewegung also keinen Impuls und keine Massenzunahme und kein geometrisches Feld, siehe Punkt 5.

Fazit: Der Teilchenimpulse werden von Lichtimpulsen begleitet. Die Lichtenergie oder die Energie des geometrischen Feldes erreicht bei der Schulversion die Energie  $m_{0A} \cdot c^2$

### 9) Wie kann man sich eine stoßende Ruhmasse laut Schulversion vorstellen?

Der Begriff „geometrisches Feld“ als Ersatz für den Verbund elektromagnetisch neutraler Photonen ist sicherlich hilfreich, sich ein Bild auszumalen. Das Innenleben bietet reichliche Möglichkeiten für

Spekulationen. Die gestellte Frage ist daher vorsichtig zu beantworten, wenn man sich nur an die Tatsachen in der Impulsebene hält. Wie gelangt das Teilchen vom Punkt A zum Punkt R?

In Abb. 3 wird ein Bild unterbreitet, wie die Bruchstücke der Ruhmasse in Form ihrer Impulse aussehen könnten. Die Einordnung der Impulspeile in das Dreieck ist nicht ganz einfach. Soll man das blau gezeichnete innere oder das schwarz gezeichnete äußere Dreieck verwenden? Impuls und Seitenhalbierende erfordern einen Faktor 2, und den zu formulieren, bereitete sogar in einem Patent [4] zu diesem Gegenstand Schwierigkeiten. Vielleicht ist die Verdopplung der Seiten  $O, X, Y$  eine Voraussetzung für eine Aufeinanderfolge der Schritte, denn wenn je nur ein Lichtquant  $X$  vorhanden ist, kann es kein Vorher und Nachher geben. Gleichzeitig dürfen aber diese Schritte nicht ablaufen, es sind keine Zeitschritte!

Die Ansicht von Buridan und Newton, der Impuls sei am bewegten Objekt angeheftet, trifft in der Impulswelt wahrscheinlich nicht zu. Vielmehr dirigiert das im Stoßort verankerte Impulsvieleck das Geschehen solange, bis ein Folgeereignis eintritt. Auch verschränkte Photonen bleiben solange in Verbindung, bis eine Neuordnung der Impulse eintritt, eine Interpretation, der allerdings derzeit nicht zugestimmt wird. In der Tat ist problematisch, wie man von dieser Impulswelt zur räumlichen Bewegung von Masse und Licht gelangt. Es ist eine Abfolge von Einzelschritten nötig. Es kann nicht alles in einem Guss, ohne Verschnaufpause geschehen.

Eine andere Frage ist die nach der geometrischen Schärfe. Warum sind diese filigranen Gebilde aus Impulsen geometrisch scharf? Zunächst wird die Beschleunigung eliminiert. Jaworski und Detlaf [12] erklären den Stoßvorgang so, dass innerhalb sehr kurzer Zeit eine endliche Änderung der Geschwindigkeit starrer Körper erfolgt und dass beim Stoß Momentankräfte auftreten, die sehr bedeutende Beträge annehmen. Ihre Impulse „sind um vieles größer als die Impulse der während dieser Zeit am System wirkenden äußeren Kräfte. Man kann daher während des Stoßprozesses den Einfluss der äußeren Kräfte vernachlässigen und annehmen, dass das System der zusammenstoßenden Körper ein abgeschlossenes System ist, d.h. dass das Gesetz der Erhaltung des Impulses gilt, ebenso das Gesetz der Erhaltung des Drehimpulses.“

Eine andere Interpretation des Innenlebens des Impulsdreiecks wäre der Ersatz des Photons durch das „Gravon“ als Spezialfall des geometrischen Feldes. Aus Punkt 8 geht hervor, dass die stoßende Ruhmasse quasi in Stücke zerfällt, wie man aus der Beziehung  $\text{Umfang} = m_{0A}$  schlussfolgern kann. Leider gilt diese Bedingung beim Verlassen der Schulversion nicht mehr, denn bei insgesamt

niedrigen Geschwindigkeiten gilt  $\text{Umfang} \ll m_{0A}$  und bei ultrarelativistischen Bedingungen erhält man  $\text{Umfang} \gg m_{0A}$ , siehe Punkt 11. Man kann nicht behaupten, beim mechanischen Teilchenstoß seien noch nie Photonen beobachtet worden. Die Hochenergiephysik lebt geradezu von der durch Teilchenkollision verursachten Erzeugung von Photonen. Aber beim mechanischen Teilchenstoß in dem hier geschilderten Rahmen sind die Photonen als Bruchstücke der Ruhmasse virtuell. Es steht frei, für diese Spezies der Lichtteilchen einen anderen Namen zu erfinden, nämlich das Wort Gravon. Damit kann man sich ganz vom elektromagnetischen Charakter des Comptoneffekts trennen und nur noch von Wellen und Impulsen der Gravitation sprechen. Die Annahme von Gravonen würde also einen formal analogen Comptoneffekt für neutrale Massen ohne Ladung ergeben. Dies hätte für die Deutung der Gravitation folgende Konsequenz. Die zum Vieleck aufgeblähte Ruhmasse bestünde dann aus Gravonen, die nicht einzeln herausgelöst werden können. Sie bestehen zwar aus Ruhmasse, sind aber ein eckiger Ring aus quasineutralen Photonen, die sich ebenfalls mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Die Ruhmasse verwandelt sich damit in einen Verband aus Gravonen, der das geometrische Feld darstellt.

Es können zur Interpretation des Impulsdreiecks Analogien mit Merkmalen der modernen Physik genannt werden. So sind gewisse Analogien zum Standardmodell der Physik vorhanden, seien es Kernkräfte, die QED, stationäre quantenähnliche Zustände oder sogar Elemente der Stringtheorie. Des Weiteren haben die Bruchstücke, in die die Ruhmasse zerfällt, eine grobe Ähnlichkeit mit den Quarks. Schließlich existiert ein Drehsinn, eine Reihenfolge, in der das Vieleck schrittweise durchlaufen wird, was als Indiz für einen Drehimpuls gewertet wird.

Fazit: Das Impulsdreieck ist geometrisch scharf und gleichzeitig unscharf. Die Zahlen sind genau, ihre Erklärung ist ungenau.

#### 10) Der von der Schulversion ausgehende mechanische Stoß

Der Übergang auf die klassische Mechanik des schiefen elastischen Stoßes mit einem ruhenden Teilchen soll anhand des (relativistischen) Paradebegriffes erfolgen, indem die Impulse und das Dreieck unverändert erhalten bleiben. Auch die Masse  $m_A$  soll erhalten bleiben, wobei später allerdings einige Zehnerpotenzen zum Zahlenwert  $m_A$  hinzugefügt werden. Jetzt geht es zunächst darum, die Masse bzw. genauer die Ruhmasse  $m_{0A}$  unverändert zu erhalten, was allerdings nur durch Einführung von Maßeinheiten möglich ist. Erst muss man eine passende Ruhmasse  $m_{B0}$  finden, die dem vorgegebenen Dreieck mit den Impulsen bzw. Seitenhalbierenden genügt. Ausgangspunkt ist das Paradebeispiel, welches durch die Parameter  $m_{A0}=12$ ,  $m_{B0}=36$  und die Impulsquadrate  $p_A^2=52$ ,

$p_B^2=73$ ,  $p_C^2=25$  unter Maßgabe von  $p_A^2 < p_B^2$ ,  $m_{A0} < m_{B0}$  gekennzeichnet ist. Die Maßeinheiten spielen eigenartigerweise zunächst keine bzw. eine völlig untergeordnete Rolle, weil die physikalischen Größen der kinetischen Energien und der Impulse sozusagen einen einheitlichen Nenner besitzen. Die Einsteinsche Beziehung zwischen Impuls  $p$  und Gesamtenergie  $e$  lässt sich demzufolge wie in Abb. 9 schreiben. Die Geschwindigkeit in Form von  $\beta_R = \sqrt{(25)/13}$  verringert sich unter klassischen Bedingungen, d.h. bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten zu  $u_R = p_R/m_R = \sqrt{(25)/12}$ . Die Zielstellung und das Ergebnis zeigt Abb. 13. Es geht um einen formalen Vergleich bei konstant gehaltener Geometrie der Impulsdreiecke, die gleichzeitig Impulse und Energien (als Massen) beinhalten.

Relativistischer und klassischer Stoß bei gleichem Impulsdreieck	
$p_A = \sqrt{52}$	$p_A = \sqrt{52}$
$p_B = \sqrt{73}$	$p_B = \sqrt{73}$
$p_R = \sqrt{25}$	$p_R = \sqrt{25}$
$m_{A0} = 12$	$m_A = 12$
$m_{R0} = 12$	$m_R = 12$
$m_{B0} = 36$	$m_B = 32 + 4/9$
$\beta_A = 0,51508 = \sqrt{52/14}$	$v_A = 0,6009 = \sqrt{52/12}$    $(=p_A/m_A)$
$\beta_R = 0,38462 = \sqrt{25/13}$	$u_R = 0,41666 = \sqrt{25/12}$
$\beta_B = 0,23092 = \sqrt{73/37}$	$u_B = 0,26334 = \sqrt{73/m_B}$
$e_A = 2$	$= 2,16666 = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_A^2 = p_A^2 / (2 \cdot m_A)$
$e_R = 1$	$= 1,041666 = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_R^2 = p_R^2 / (2 \cdot m_A)$
$e_B = 1$	$= 1,125 = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B^2 = p_B^2 / (2 \cdot m_B)$

**Abb. 13: Übergang von den relativistischen Werten (Spalte links) zu den klassischen Werten (Spalte rechts). Gegenüberstellung zweier Fälle mit gleichen Impulsen und stoßenden Massen  $m_A = m_R$ . Hervorzuheben ist, dass klassische Werte nur aus den relativistischen Werten erhältlich sind.**

Die in Abb. 13 erfolgte Gegenüberstellung bedarf noch einiger Erläuterungen, links werden die Geschwindigkeiten auf Lichtgeschwindigkeit  $c$  bezogen, während die rechte Spalte mittels „namenloser“ Maßeinheiten der klassischen Physik konkretisiert werden muss. Auf jedem Fall kommt in der rechten Spalte kein  $c$  vor und diese Kleinigkeit trennt zwei Welten, die relativistische und die klassische. Zahlenmäßig sind die Werte wie beispielsweise  $\beta_R = 5/13$  und  $u_R = 5/12$  einander ähnlich, der Quotient  $u_R/\beta_R = 13/12 = (12+1)/12$  ist je nach Ruhmasse  $m_{0R} = 12$  und Zusatzmasse  $z_R = 1$  stets leicht größer als eins. Tatsächlich wird jedoch bei dem Übergang zum klassischen Stoß unter Beibehaltung der Impulsgeometrie stillschweigend eine aus vielen Zehnerpotenzen bestehende Änderung der Maßeinheiten vorgenommen, die man dem Wert  $u_R = 5/12$  zunächst nicht ansieht.

Bevor die Einzelheiten beleuchtet werden, sei bemerkt, dass der vom Parafall abgeleitete klassische Stoß auf alle schulgerechten Stöße übertragbar ist. Nimmt man also einen beliebigen Fall der Schulversion, so kann man mittels einer noch zu besprechenden Prozedur sozusagen ein „klassisches Derivat“, d.h. einen speziellen klassischen Stoß herleiten. Bei diesem Derivat gibt es weder  $\mathbf{c}$  noch eine Zusatzmasse  $\mathbf{z}$ , wie auch die rechte Spalte von Abb. 13 zeigt. Will man für den klassischen und relativistischen Stoß die Impulse (beispielsweise in der Größenordnung 10 Newton/sec) konstant halten, dann ist zu bedenken, dass eine äußerst langsame Bewegung von 3 cm/s bzw.  $\beta=10^{-10}$  eine sehr große Masse  $m_0=10^{11}$  voraussetzt, sonst kommt ein Impuls in der gewünschten Größenordnung nicht zustande. Dieser formale Vergleich von relativistischen und klassischen Impulsdreiecken bei konstant bleibender Geometrie hat den großen Vorteil, dass die Winkel unverändert erhalten bleiben. Eine Vektorzerlegung, wie sie beim schiefen Stoß unerlässlich ist, kann entfallen. Es werden also, wie beim Parafall in Abb. 13 vorgeführt, alle Impulse konstant gehalten, siehe Gleichung (1). Der Index kl bezeichnet den klassischen Fall. Der Impuls hat den Wandel zur „neuen“ Physik unbeschadet überstanden hat. Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit bleibt definitiv konstant, auch wenn sich die Inhalte, d.h. die Faktoren stark ändern. Auch die stoßende Masse  $m_A$  soll beim Übergang zahlenmäßig unverändert bleiben, wie es Gleichung (2) mit Vorbehalt fordert. Die Ruhmasse  $m_{0A}$  wird zur klassischen Masse, dasselbe gilt für die identische reflektierte Masse  $m_{0R}$ . Allerdings müssen alle klassischen Massen eine namenlose Maßeinheit (z.B.  $10^{11}$ ) besitzen, ebenso wie auch alle klassischen Geschwindigkeiten mit einer namenlosen Maßeinheit (z.B.  $10^{-11}$ ) behaftet sein müssen. Dies ist bei (2) zu berücksichtigen. Für die anfangs ruhende Masse  $m_{Bkl}$  lässt sich allerdings keine Gleichheit mit der relativistischen Schulversion herstellen, weil die mathematischen freien Parameter dies nicht ermöglichen. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung (7).

- (1)  $\mathbf{p}_{Akl} = \mathbf{p}_A$        $\mathbf{p}_{Rkl} = \mathbf{p}_R$        $\mathbf{p}_{Bkl} = \mathbf{p}_B$
- (2)  $\mathbf{m}_{Akl} = \mathbf{m}_{0A}$      $\mathbf{m}_{Rkl} = \mathbf{m}_{0R}$      $\mathbf{m}_{Bkl} \neq \mathbf{m}_{0B}$
- (3)  $\mathbf{p}_A^2 / (2\mathbf{m}_{Akl}) = \mathbf{e}_{Akl}$     (4)  $\mathbf{p}_R^2 / (2\mathbf{m}_{Rkl}) = \mathbf{e}_{Rkl}$
- (5)  $(\mathbf{p}_A^2 - \mathbf{p}_R^2) / 2\mathbf{m}_{Akl} = (\mathbf{e}_{Akl} - \mathbf{e}_{Rkl})$
- (6)  $\mathbf{p}_B^2 / (2\mathbf{m}_{Bkl}) = \mathbf{e}_B = (\mathbf{e}_{Akl} - \mathbf{e}_{Rkl})$
- (7)  $\mathbf{m}_{Bkl} = \mathbf{m}_{Akl} \cdot \mathbf{p}_B^2 / (\mathbf{p}_A^2 - \mathbf{p}_R^2)$
- (8)  $\mathbf{e}_{Bkl} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{m}_B \cdot \mathbf{v}_B^2 = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{m}_A \cdot (\mathbf{v}_A^2 - \mathbf{v}_R^2)$

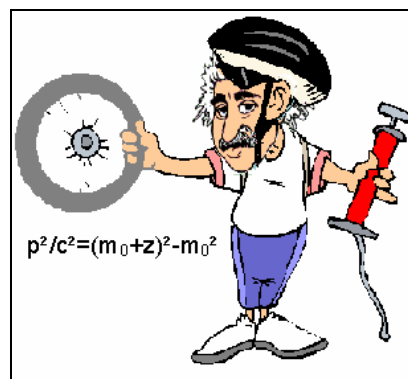
Die Ableitung von (7) beginnt bei der klassischen Impulsbeziehung (3) bzw. (4). Die Differenz (5) beider lässt sich wegen der Erhaltung der klassischen Energie vereinfachen zu (6), woraus (7)

resultiert. In Abb. 13 ergibt sich hiermit beispielsweise aus der relativistischen Ruhmasse  $m_B=36$  die klassische Masse  $m_{Bkl}=32,44444$ . Die Energien im klassischen Fall beschreibt Gleichung (8), wobei der letzte Term als  $(v_A - v_R)(v_A + v_R)$  geschrieben werden kann. Man staunt, dass der schiefe Stoß ohne jeden Winkel berechnet werden kann, da alles implizit im Dreieck enthalten ist.

Der Zugang zu der Schulversion erfolgt am besten formal nach dem Prinzip von Rydberg-Ritz durch Vorgaben von zwei  $\mathbf{z}$ -Werten gemäß Abb. 7. Es sind zwei kinetische Energien und nicht zwei Quantenzahlen, die jeweils ins Quadrat gesetzt werden müssten. Die klassischen Derivate dieser Schulserie besitzen zwar keine Zusatzmasse, aber indirekt spielen die  $\mathbf{z}$ -Werte noch eine Rolle. Der einfachste Fall ist der Parafall mit  $\mathbf{z}_B=1$ , die klassische Energie  $\mathbf{e}_{Bkl}$  besitzt gemäß (8) den Wert 9/8. Es zeigt sich, dass jeder Parametersatz mit  $\mathbf{z}_B=1$  ebenfalls 9/8 ergibt, allgemein erhält man einen um den Faktor  $\mathbf{z}_B$  größeren Wert für  $\mathbf{e}_{Bkl}$ . Im klassischen Stoß sollen vereinbarungsgemäß die Impulse in Richtung und Betrag gleich sein mit denen der relativistischen Schulversion. Auch der dimensionslose Zahlenwert der Ruhmasse  $m_A$  ist in beiden Fällen derselbe und entspricht auch der Seitensumme  $\mathbf{O} + \mathbf{X} + \mathbf{Y}$ , doch diese Interpretation sollte vermieden werden. Tatsächlich wird quasi die Luft aus den relativistischen Formeln (9), (10) herausgelassen, womit gemeint ist, dass der Wert  $\mathbf{z}$  gegen Null geht, siehe Abb. 9 und Abb. 14.

$$(9) \quad \mathbf{p}^2 / \mathbf{c}^2 = (\mathbf{m}_0 + \mathbf{z})^2 - \mathbf{m}_0^2$$

$$(10) \quad \mathbf{p}_A^2 = 2 \cdot \mathbf{m}_{A0} \cdot \mathbf{z}_A + \mathbf{z}_A^2 \quad \mathbf{c}=1$$



**Abb. 14: Einstein lässt die Luft, d.h.  $\mathbf{z}$  raus**

Das bekannteste Stoßbeispiel, das früher in keinem Schulbuch fehlte, hat den geraden Kugelstoß mit  $m_A/m_B=1/3$  zum Gegenstand, wobei die Anfangsgeschwindigkeit  $v_A$  bei der reflektierten Kugel  $v_R$  halbiert wird. Sehr schwierig gestaltet sich der Versuch, für den klassischen Fall das Verhältnis  $m_A/m_B=1/3$  zu erreichen, und zwar unter dem Kontext der Schulversion, d.h. Beibehaltung des relativistischen Impulsdreiecks beim Übergang zum klassischen Stoß. Es ist faktisch nicht möglich, vom mechanischen Fall aus zur Schulversion zu gelangen. Umgekehrt geht es ziemlich leicht, man muss relativistisch von

$z_A + m_A = 16,00049723$  oder von  $z_A = 1,362203^2 \cdot z_R$  oder von  $z_A = 2,23606797749979$  und  $z_R = 1,2050393$  ausgehen. Der Wert  $z_A$  weicht merkwürdigerweise nur äußerst wenig von  $\sqrt{5}$  ab. Die Trennung von klassischen und relativistischen Stößen erweckt den Eindruck, es handele sich um zwei Welten. Aber jede in Bewegung befindliche Masse besitzt eine Zusatzmasse. Was ist überhaupt Bewegung? Einstein hat zwar mit seinen 1905 publizierten fünf Arbeiten die Grundlagen für eine Antwort gegeben, sich aber hinter Bezugssystemen zurückgezogen. Was lässt sich aus den Gleichungen (11) und (12) schlussfolgern? Die Größe  $\mu$  ist eine fiktive Masse, beispielsweise die Massenzunahme eines bewegten Elektrons. Hier erscheinen  $c^2$  und  $h$  als Proportionalitätsfaktoren. Leichtfertig kann man eine Kurzableitung der deBroglie-Beziehung (16) vornehmen. Zunächst werden die Gleichungen (11) und (14) gleichgesetzt, in beiden Fällen handelt es sich um Energien. Nach Eliminieren von  $E$  resultiert (15). Das Kürzen von  $c$  ergibt (16). Übrigens hat deBroglie diesen Weg nicht beschritten, obwohl die Gleichungen (11 bis 14) längst bekannt waren. Außerdem benutzte deBroglie nicht den Ausdruck  $\mu \cdot c$ , sondern den Impulsbegriff. Wir vollziehen noch einmal den Übergang von (15) nach (16), der Schritt von der Energie  $\mu \cdot c^2$  zum Impuls  $\mu \cdot c$  soll unter die Lupe genommen werden. Während die Schreibweise (15) üblich ist, kann man dies von (16) im Allgemeinen nicht behaupten. Nur bei Photonen darf der Impuls nach Hasenörl so geschrieben werden:  $p = E/c$ . Man sollte die Formeln von Einstein im Kontext zu ihrer Entstehung sehen. Die Formel (12) entstand beim Vergleich der Wienschen Strahlungsformel mit der Boltzmannschen Gleichung eines idealen Gases. Die Entropiedifferenzen beider Formeln hatten Ähnlichkeiten gezeigt, womit der photoelektrische Effekt erklärt werden konnte. Einstein hatte also eine erste Relation zwischen Photonen und bewegten Gasmolekülen gefunden. Genauer lautet die Formel (12) mit  $E_A$  als Austrittsarbeit und  $E_{kin}$  als maximale kinetische Energie der Elektronen:  $E_{kin} = h \cdot \nu - E_A$ . Ähnliche Überlegungen sind mit Einsteinformel (11) anzustellen. Sie besagt, dass bei der Umwandlung von Masse eine frei konvertierbare Energie entsteht. Die Massenzunahme  $\mu$  kann beim Stoppen der Bewegung z.B. zur mechanischen Atomanregung dienen. Eigentlich vermisst man den Impuls, denn ohne ihn bleibt die Energie nur eine halbe Sache. Das Bezugssystem wird mitunter überschätzt, es entfällt, wenn zwei oder drei Impulse und evtl. noch ein ruhendes Teilchen zusammenwirken. Beim Photoeffekt und beim Comptoneffekt ist die Massenzunahme des Elektrons äquivalent zur Photonenenergie oder der Energiedifferenz zweier Photonen. Die Zusatzmasse  $\mu$  eines bewegten Elektrons besitzt gemäß (15) eine Wellenlänge. Als Bewegung kann

man sich vorstellen, dass an der Ruhmasse  $m_0$  eine Fortbewegungsgeißel oder eine aus einem Photon bestehende Schiebelok und eine vordere Bremslok angebunden sind. Beide ergeben eine Zugmaschine.



$$(11) E = \mu \cdot c^2$$

$$(12) E_{kin} = h \cdot \nu$$

$$(13) \nu = c / \lambda$$

$$(14) E_{kin} = h \cdot c / \lambda$$

$$(15) h \cdot c / \lambda = \mu \cdot c^2$$

$$(16) h / \lambda = \Delta \cdot c$$

$$(17) p = \Delta \cdot c = (\mu + m_0) \cdot v =$$

$$m \cdot v \text{ siehe (18)}$$

Fazit: Auch mechanische Impulse sind aus

relativistischen Bauelementen, aus denen die Zusatzmassen bestehen, aufgebaut.

### 11) Extrem schnelle und extrem langsame Stöße

Das Ziel ist, eine drastische Veränderung der Geschwindigkeiten zu erreichen mit der Maßgabe, die Impulse und das geometrische Feld zu erhalten. Dahinter verbirgt sich die Absicht, das Wesen der Ruhmassen und der Zusatzmassen noch näher zu ergründen. Es soll für eine Tabelle ein mechanischer Stoß, ein ultrarelativistischer Stoß und ein dazwischen liegender Stoß der Schulversion berechnet werden. Die Aufgabe lautet, unter Beibehaltung der Impulsbeträge und Winkel jeweils einen Zweierstoß bei einem extrem kleinen Wert  $\beta_A$  und bei einer extrem großen Geschwindigkeit (angenähert  $\beta_A = 1$  oder besser  $\beta_A = 1 - 10^{-12}$ ) zu berechnen. Als sehr niedrige Geschwindigkeit kann man statt null  $\beta_A = 10^{-12}$  annehmen. Man ermittle also bei konstantem Zahlenwert  $m_{A0}$  die zum Impulsdreieck passende Masse  $m_{B0}$ !

Lösung für das Beispiel:

Vorgegeben  $m_{A0} = 12$  Vorgabe  $m_{B0} = 36$

extrem langsam  $m_{A0} = 12 \cdot 10^{+12}$   $m_{B0} = 292/9 \cdot 10^{-12}$

extrem schnell  $m_{A0} = 12 \cdot 10^{-12}$  ergibt

$m_{B0} = 15,4021 = \sqrt{73}/(2 \cdot d) - d/2$  mit  $d = \sqrt{52} - \sqrt{25}$

Es kann gezeigt werden, dass die Schulversion als Ausgangspunkt für die Behandlung von anderen mehr oder weniger relativistischen Stößen dienen kann unter Maßgabe einer jeweils konstanten Anordnung der Teilchenimpulse. Die genannte „klassische“ Schulversion bildet in der Vielzahl der klassischen Stöße nur einen schmalen Pfad. Diese Serie zeichnet sich durch wundersame Eigenschaften aus, wie z.B. der genannten völligen entkoppelten Abhängigkeit von  $e_B$  allein von  $z_B$ . Die scharfe geometrische Natur der behandelten Stöße deutet auf eine quantenmechanische Dimension hin. Dazu werden Serien mit geringfügig größerer Geschwindigkeit gebraucht. Fazit: Jeder Fall der Schulversion lässt sich bei bleibender Impulsanordnung im Dreieck kontinuierlich überführen in jede andere relativistische Stoßsituation.

## 12) Stöße von Photon und Teilchen für eine Modellierung des atomaren Elektronenübergangs

Der Einfang von Photonen ist erfahrungsgemäß kein seltenes Ereignis, wenn Lichtenergie und Änderung der Bindungsenergie einander entsprechen. Es ist aber ein Glück, dass es den Comptoneffekt gibt, denn A. H. Compton und P. Debye widerlegten damit die Bedenken über die Unmöglichkeit eines Stoßes zwischen Photon und ruhendem Teilchen. Die Wahrscheinlichkeit für die Aufnahme bzw. für das Treffen eines Photons ist faktisch gleich null. Die Existenz des einzelnen Comptoneffektes wurde schon frühzeitig durch Koinzidenzmessungen bestätigt, was jedoch nicht zur Annahme eines völlig isolierten Ereignisses berechtigt [4]. Das Charakteristische am Comptoneffekt ist die Wellenlängenkontinuität und die Erscheinung der Streuung. Bei Übergängen in der Atomhülle gibt es aber wegen der Quantelung keine Kontinuität und keine Voraussetzung für eine gewisse Streuung. Wenn ein Photon einen Impuls  $p$  auf das Atom überträgt, kann dies entweder den Kern  $M$  treffen, was bei einem Comptonphoton im GeV Bereich tatsächlich stattfindet, oder es kann das Elektron  $m$  bei Photonenenergien um 500 keV treffen. Die Überlegungen zielen auf etwas anderes ab, es geht um die Bindungsenergie. Jede einigermaßen scharfe Atombindungsenergie  $\varepsilon$  lässt sich in ein virtuelles Teilchen der Masse  $m$  umrechnen, denn die Einsteinsche Beziehung ist universell:  $\varepsilon = \mu c^2$ . Dieses Teilchen oder Energieklümpchen besitzt keine echte Ruhmasse, es residiert in undefinierter Weise gewissermaßen im Zentrum. Der Atomkern  $M$  und das Elektron  $m$  ruhen also und sehen gewissermaßen zu, wie sich das Massenäquivalent  $\mu$ , welches fortan **Bindungsteilchen** genannt werden soll, bewegt. Jawohl, das Bindungsteilchen übernimmt die Anregung, nicht das Elektron! Zur Erklärung darf man bei dieser Kernumrundung annehmen, dass das kleine Massenäquivalent  $\mu$  die Bewegung übernimmt, während die Ruhmasse des Elektrons sich über den Kern ausbreitet.

Im klassischen Atommodell wird eine Umrundung des Kerns im Grundzustand mit  $\beta=1/137$  angenommen, doch dies ist gemessen an der Lichtgeschwindigkeit des Photons ziemlich langsam. Dementsprechend wächst die Masse  $m$  um den Faktor 1,000026627 an. Die relativistische Massenzunahme  $\mu$  beträgt also anteilig 0,000026627 und entsprechend berechnet sich daraus mittels  $c^2$  die kinetische Energie. Aus relativistischer Sicht kann man mit einer Größe  $\Delta$  folgende Impulsschreibweisen unterscheiden:

$$\boxed{M \cdot V = m \cdot v = \Delta \cdot c \quad \text{mit } V < v < c \quad \text{und } M > m > \Delta}$$

In Worten ausgedrückt bedeutet dies eine sehr langsame Bewegung (im Sinne einer Translation) des ganzen Atoms und vorzugsweise des Kerns  $M$  **oder** eine mittlere Bewegung ( $\beta=1/137$ ) der Atomhülle und vorzugsweise des Elektrons  $m$  **oder**

eine blitzschnelle Bewegung des Bindungsteilchens. Man bedenke, dass alle drei Impulsformen wegen des gleichen Wertes auch gleiche deBroglie-Wellenlängen besitzen. Die ungewöhnliche Impulsschreibweise (17,18) bedarf allerdings einer Erläuterung, indem nämlich zwei Verwendungen der Bindungsteilchen unterschieden werden. Als Energie wird  $\mu$  eingesetzt, aber als Impuls muss  $\Delta$  geschrieben werden, siehe (18).

$$\boxed{\begin{array}{l} p = \Delta \cdot c \quad \text{und} \quad \varepsilon = \mu \cdot c^2 \\ \Delta^2 = m^2 - m_0^2 \quad \text{und} \quad \mu^2 = (m - m_0)^2 \end{array}} \quad \text{Gleichung (18)}$$

Die Größe  $\Delta$  hat analog zur klassischen Mechanik Massencharakter und entspringt der Einsteinschen Energie-Impuls-Beziehung. Die zwei griechischen Ausdrücke sind zwei Seiten einer Medaille, und  $\Delta$  hat im Weiteren keine nennenswerte Bedeutung. Insgesamt werden bei der Atomanregung nur eine Energie und ein Impuls übertragen, und man darf auswählen, wem dies zugeordnet wird. Im Weiteren muss postuliert werden: das Bindungsteilchen ist Stoßteilnehmer und es kann unterteilt werden in eine ganze Anzahl von Bruchstücken.

Ein anderes Kapitel sind Wahrscheinlichkeit und Unschärfe. Wir wissen, dass ein Auto, welches auf einem Foto mit Dauerbelichtung völlig verschmiert erscheint, ein ziemlich scharfes Objekt ist. Bei den verschmierten Elektronen soll es jedoch selbst für den kleinsten Augenblick keinen punktförmigen Aufenthalt geben, und diese geradezu postulierte Wahrscheinlichkeit tut weh. Begeben wir uns in die Welt eines Wasserstoffatoms im Grundzustand! Hier gibt es wenig zu sehen, man kann von einer Verarmung der Eigenschaften sprechen; denn es gibt weder Farbe noch Geruch. Im Grundzustand des H-Atoms ist das Elektron unscharf, es breitet sich sphärisch aus und liegt mit seinem Zentrum auf dem Proton, und dies trotz der Ladungsunterschiede, die nach der Coulombschen Formel eine unendlich große Anziehung geben müssten. Der Drehimpuls dieses Atoms im Grundzustand ist null, wobei doch nach dem Bohrschen Atommodell die Annahme berechtigt ist, dass das Elektron mit der Geschwindigkeit  $v/c=1/137,036$  den Kern umkreisen soll. Die elektrischen Eigenschaften des rotierenden Elektrons sind bestens bekannt, trotzdem kann man es im Grundzustand nicht direkt beobachten, sondern nur indirekte Schlussfolgerungen ziehen aus den vielfältigen Übergängen in andere Zustände.

Ein Atomanregungsmodell unter Zuhilfenahme des elastischen Ruhestoßes erfordert ein Umdenken, was das Innere eines Atoms beim Übergang vom niederen zum höheren Zustand anbetrifft. Der obere Zustand hat eine höhere Energie, wie bereits durch die Quantenzahlen  $k$  und  $n$  suggeriert wird. Der

obere bzw. untere Zustand wird nachfolgend durch ein bewegtes Teilchen  $m_1$  mit der Geschwindigkeit  $k$  bzw.  $n$  repräsentiert. Die Energien  $E_k$  und  $E_n$  sind die Termenergien und ihre Differenz  $E_k - E_n$  kennzeichnet die Energie des Energieübergangs, welche normalerweise mit einem Photon in Verbindung gebracht wird. Das Photon kann in einem Stoßmodell wegen der endlichen Geschwindigkeiten nur schwerlich als Teilchen verkörpert werden. Allerdings kann eine angenommene vorher oder nachher ruhende Kugel eine Vorstufe des Photons sein. Ein wegen Ruhestand aus der Stoßgeraden ausscheidendes Teilchen ist frei und „eignet“ sich als Photon.

Wir kommen zur Prozedur der zusammengesetzten Compton-Bausteine zurück, wie sie in der Schulversion angewandt wurde. Hier war es nicht unerklärlich, wie es zum Zusammenstoß eines passenden Lichtteilchens mit einem ruhenden Elektron kommen kann, trotz der geometrischen Abmessungen der beiden punktförmigen Teilchen und trotz aller Unwahrscheinlichkeiten. Die Aufspaltung einer stoßenden Ruhmasse in Bruchstücke ist in der Schulversion selbstverständlich. Auch wenn beim Atom andere Energiebedingungen und Drehimpulsquantelungen vorliegen, scheint eine Nachbildung der Spektren nicht unmöglich zu sein. Im Gegenteil, die Bindungsteilchen und ihre Bruchstücke sind beim H-Atom so einfach, dass man eine **Stoßgerade** mit einem ruhenden Teilchen annehmen kann. Die atomare Natur des H-Atoms ist so einfach, dass schiefe Stöße unangebracht scheinen. Die Photochemie kennt einfache Reaktionen mit hoher Quantenausbeute, wo fast jedes eintreffende Photon eingefangen wird. Mechanisch ist dies überhaupt nicht zu erklären, trotzdem erklärt die Physik das Geschehen grundsätzlich mit den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls, mit der Quantelung des Drehimpulses sowie mit Dipoleigenschaften und Polarisierbarkeit. Dazu wird aber der mathematische Apparat der Quantentheorie gebraucht, und die sogenannte Kopenhagener Deutung, über die Einstein nicht sehr glücklich war, untersagt geradezu, mechanische oder relativistische Stoßmodelle einzubringen.

Fazit: Stoßmodelle für atomare Übergänge sind in der Quantentheorie (QT) tabu.

### 13) Modellierung eines konkreten Übergangs der Balmerserie des H-Atoms

Die Modellierung des Elektronenübergangs mittels des Stoßes von Photon und Teilchen hat eine lange Geschichte, weil es in der Quantentheorie für gegenständliche Stoßmodelle keinen Platz gibt, siehe [14]. Lässt man die Vorgeschichte außen vor und beginnt gleich mit einem Beispiel, dann soll dies ein klassischer Übergang am H-Atom sein, nämlich der nach Balmer benannte Übergang  $n=2$  nach  $k=5$ . Ein elastischer gerader Teilchenstoß, der dies beschreibt, erforderte ein Startteilchen der

Masse  $k-n=3$ , welches mit der Startgeschwindigkeit  $v=k=5$  auf ein ruhendes Teilchen der Masse  $k+n=7$  stößt. Die Kopplung der Quantenzahlen  $k$  und  $n$  mit den Massen und Geschwindigkeiten dient unter anderem zur Verringerung der freien Parameter. Diese Kopplung tritt auch bei der Schulversion auf, wie aus Abb. 10 zu ersehen ist, wo das Verhältnis der Ruhmassen  $m_B/m_A$  direkt aus  $(Z_A+Z_R)/(Z_A-Z_R)$  folgt. Im Ergebnis dieses geraden Stoßes entfernt sich das Startteilchen mit der reflektierten Geschwindigkeit  $u=n=2$ , allerdings mit negativem Vorzeichen. Rechnet man die Impulse und Energien aus, dann gelangt man zu einer relativen Energie des gestoßenen Teilchens bezüglich der Startenergie von 0,84. Da die Startenergie nicht vom Grundniveau  $n=1$ , sondern vom Niveau 2 ausgeht, muss diese noch mit  $n^2=4$  normiert werden, siehe Punkt 14, so dass man auf ein Energieverhältnis von 0,21 gelangt, wie dies auch von der klassischen Theorie nach Rydberg-Ritz verlangt wird. Die Abb. 15 veranschaulicht symbolisch diesen Stoß durch Impulseinheiten. Nicht der Atomzustand, sondern der Übergang wird behandelt. Bemerkenswert ist die Änderung des Drehimpulses um drei Einheiten, angezeigt durch die sechs zusätzlichen Impulseinheiten von 15 bis 21. Dies lässt sich beim geraden Stoß sehr leicht erkennen, indem die Startmasse im Bild nach rechts bewegt wird, ebenso wie die anfangs ruhende Masse  $m_2$ . Die nach rechts gerichteten „positiven“ Impulse kompensieren sich manchmal mit nach links gerichteten „negativen“ Impulsen zu **Impulspaaren**. Wenn der Stoß in Abb. 15 rückwärts verlief, dann würden drei Impulspaare entstehen, und diese hängen unmittelbar mit dem Drehimpuls zusammen, weil diese Impulse aus der Stoßgeraden herausgenommen und für eine Rotation zur Verfügung gestellt werden.

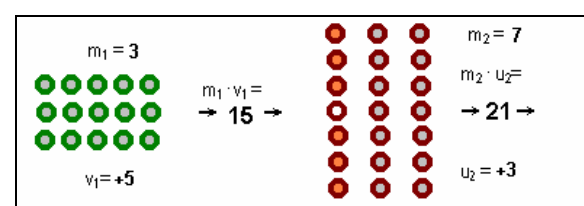


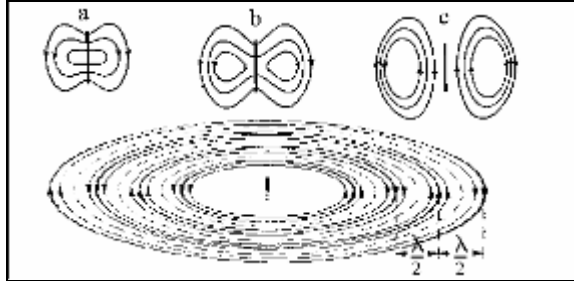
Abb. 15: Symbolischer Übergang der Balmerserie  $n=2$ ,  $k=5$ , dargestellt mit Impulseinheiten von einem elastischen Stoß im Laborsystem mit  $m_1$  als stoßendem Teilchen  $m_2 > m_1$ . Der Rückstoß wird im Bild ausgeblendet. Die Impulsgleichung und die mechanische Energiebilanz lauten:

$$3 \cdot (+5) + 7 \cdot (0) = 3 \cdot (-2) + 7 \cdot (+3)$$

$$\frac{1}{2} 3 \cdot (+5)^2 + \frac{1}{2} 7 \cdot (0)^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot (-2)^2 + \frac{1}{2} 7 \cdot (+3)^2$$

Allerdings ist neben dem Impuls noch die Energie zu bedenken:  $E=\mu \cdot c^2$ , wobei wegen des annähernd klassischen Verhaltens  $\frac{1}{2}m \cdot v^2$  geschrieben werden

darf. Falls man neben dem Bindungsteilchen noch die beiden Atompartner (hier Elektron und Proton) berücksichtigt, dann erhält man mittels der reduzierten Masse eine **Feinstruktur** als geringfügige Abweichung von den klassischen Werten.



**Abb. 16: Hertzische Welle und Vergleich mit dem Übergang 2sp1 nach 1s beim H-Atom**

Zur erwähnten Reduktion der Energie mit  $n^2$  sei ein rein mechanisches Experiment angeführt, siehe [10 S.46]. Es zeigt, wie man die Niveaus Schritt für Schritt aufbauen kann.

„Lässt man eine Pendelkugel mit  $m=1$  und  $v=1$  im Tiefpunkt des Pendels auf eine ruhende Kugel ( $M=3$ ,  $V=0$ ) gerade und elastisch stoßen, dann wird die schwere Kugel weggestoßen und das Stoßpendel mit halber Geschwindigkeit ( $u=1/2$  d.h.  $1/4$  der Anfangsenergie) reflektiert. Lässt man diese Stoßpendelkugel mit ihrer verringerten Energie bei der nächsten Schwingung auf eine andere ruhende Kugel mit  $M=k+n=3+2=5$  stoßen, dann verbleibt beim Stoßpendel nur noch  $1/9$  der anfänglichen Startenergie; denn  $u=1/3$ . Mit weiteren vorgelegten Ruhekugeln  $M=7, 9, 11$  sinkt die Pendelenergie auf  $1/16, 1/25, 1/36$ . Die kinetische Energie der weggestoßenen Kugel entspricht jeweils den Differenzen  $1-1/4, 1/4-1/9, 1/9-1/16$  und ist vergleichbar mit der Photonenenergie der Anregungsfolge“.

Es handelt sich um ein Modell zum sukzessiven Aufbau eines angeregten H-Atoms über die Stufen  $n=1$  nach  $k=2$ ,  $n=2$  nach  $k=3$  usw. Es existiert sogar ein Patent darüber [13]. Doch sehr überzeugend klingt diese Analogie nicht, sie wirft mehr Fragen auf, als sie beantwortet. Problematisch an diesem Schulversuch ist zunächst der Stoß mit Lichtquanten, die bekanntlich weder ruhen noch eine Geschwindigkeit außerhalb von  $c$  annehmen können. Das Photon tritt jedoch nicht selbst in Erscheinung, sondern es erscheint nur indirekt als „Anteil Photon“ neben dem „Anteil Bindung“. Die vorgestellte inneratomare Energieaufteilung belegt die Vorstellung vom nur indirekt beteiligten Photon. Was bedeuten aber die unterschiedlichen agierenden Stoßmassen, und warum wird die jeweils größte dieser Massen zur Ruhmasse? Es handelt sich um die bereits genannten ganzzahlig geteilten Bindungsquanten. Man stelle sich eine Bohrsche Bahn zur Hauptquantenzahl 3 vor. Diese Kreisbahn werde mit 9 kleinen Wellenzügen

versehen siehe Abb. 17, bzw. als reguläres Polygon mit 9 Ecken dargestellt bzw. als 9 Teilmassen des Bindungsquants aufgefasst. Diese Punkte sind keine Fußstapfen eines simulierten angeregten Elektrons, sondern Untereinheiten des Bindungsquants. Der niedrigste Emissionsquant der Balmerreihe geht von  $k=3$  nach  $n=2$ . Die Impulsgleichung mit den Massen  $m_1=1$  und  $m_2=5$  lautet

$$1 \cdot (+3) + 5 \cdot (0) = 1 \cdot (-2) + 5 \cdot (+1)$$

und die Energiegleichung lautet (nach Kürzen des Faktors  $1/2$ ) entsprechend

$$1 \cdot (+3)^2 + 5 \cdot (0)^2 = 1 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (+1)^2.$$

Unmittelbar vor dem Übergang von Quantenzahl 3 nach 2 erfolgt eine Umordnung der 9 Energieeinheiten, die das Startteilchen einbringt. Es bilden sich zwei Mannschaften, einmal 4 Teile und einmal 5 Teile. Die eine Mannschaft ( $m_1$ ) ist durch das negative Richtungsvorzeichen gekennzeichnet und wird hier durch Mädchen verkörpert. Diese Mannschaft ( $m_1$ ) sammelt nach dem Stoß 4 Teile zusammen. Die andere Mannschaft, die ein positives Richtungsvorzeichen hat und hier durch Jungs verkörpert wird, vereint nach dem Stoß 5 Energieeinheiten  $m_2$ . Beide Mannschaften sind Stoßpartner nach dem Stoß. Bezogen auf die eingebrachte Energie beträgt der Anteil der Jungenmannschaft  $5/9$ . Bezogen auf die gesamte Rydbergenergie muss noch durch  $n^2=4$  geteilt werden, und man erhält  $5/36$ , das klassische Ergebnis.

Um die Analogie mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen, müssen die beiden Bilanzgleichungen rückwärts gelesen werden, d.h. man muss die Zeitrichtung umkehren. Dann wird die Masse 5 zur Ruhe gesetzt (und als Photon abgestrahlt), während die Energie 4 das Level der Quantenzahl 2 repräsentiert. Die Frage, wieso die Aufteilung  $4+5$  und nicht z.B.  $3+6$  zustande kommt, muss mit Blick auf die Ruhestoßbedingung für Impulsgleichung und Energiegleichung beantwortet werden. Entscheidend ist das Freiwerden von einem Impulspaar, vergleichbar mit der Drehimpulsbedingung und dem Planckschen Wirkungsquantum. Es existiert nur diese einzige Formierung der Mannschaften für den Übergang der „Stoßquantenzahl“  $k=3$  nach  $n=2$ , entsprechend dem ersten Glied der Balmerreihe beim H-Atom. Wie erwähnt wird bei jedem Schritt der Drehimpuls um eine Einheit verändert, wie Abb. 16 für den niedrigsten Übergang der Lymanreihe symbolisch veranschaulicht. **Hermiteische** Polynome, wie sie die QT benutzt, bleiben außen vor.

Fazit: Statt Übergänge des Elektrons treten Stöße von Teilen des Bindungsteilchens auf.

#### 14) Einige Voraussetzungen für eine Teilchenstoßanalogie von Spektren

a) Ein ruhmasseloses Bindungsteilchen mit einer scharfen Energie, angepasst an die Rydbergkonstante als Bindungsenergie, wird

angenommen. Ob dieses Quasiteilchen Lichtgeschwindigkeit besitzt oder nicht, sei dahingestellt, ein dualistischer Charakter wird bevorzugt. Das in Rede stehende Modell wurde bisher klassisch mit Kugeln und mit einem elastischen geraden Stoß nachgebildet. Eine relativistische Andersdarstellung zum Experiment mit dem Stoßpendel sei noch angefügt. Die einzelnen Anregungsstufen ergaben ein Energieverhältnis in der Folge  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{15}{16}$  usw. Dies kann man auch deuten als ganzzahlige Massenzunahmen bei den  $\beta^2$ -Werten, beginnend mit 1, 2, 3. Diesen Zusatzmassen entsprechen mit  $m_{01}=1/n^2$  die Energien in der Folge  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{15}{16}$ . Es lässt sich so argumentieren, dass von Stufe zu Stufe die Ruhmasse in dem Maße immer kleiner wird, wie  $\beta^2$  ansteigt. Das Teilchen nähert sich damit immer mehr einem Lichtteilchen bzw. dem Bindungsteilchen bei der Ionisation. Besser ist die Anlehnung an die Schulversion. Bei den relativistischen Stößen der Schulversion trat neben den Teilchenimpulsen noch ein geometrisches Feld auf, welches klar den Charakter von virtuellen Photonen besaß. Es geht nicht um eine reguläres Bezugssystem, welches sich mit  $c$  bewegt, sondern um eine Pseudowelt, aus der das Bezugssystem ausgeklammert wird, denn das  $\mu$  ist eingebettet in einem atomaren System aus Elektron und Kern. Dabei wird angeknüpft an die Definition  $c=\lambda\nu$ . Hier wird die Annahme impliziert, dass Bewegung ein Vergehen am Ort  $a$  und ein Entstehen am Ort  $b$  bedeutet. Ohne Zeit keine Bewegung. Wellenlänge  $\lambda$  und Zeit ( $1/\nu$ ) verlieren ihre gewohnte Schärfe, wenn ein einzelnes isoliertes Photon vorliegt. Beim Hinzukommen eines zweiten und dritten Photons kann eine Klümpchenbildung auftreten, also ein Anzeichen für eine Strukturierung und Makroordnung. Vielleicht finden sich erst Raum und Zeit zueinander, wenn wenigstens zwei Photonen in Wechselwirkung treten, so wie zwei Elementarteilchen bei der Atombildung überhaupt erst eine Bindung ermöglichen.

b) Das Atom und sein Bindungsteilchen hängen eng miteinander zusammen. Wir fragen nach dem Spielraum des Bindungsteilchens oder nach dem Spielraum der mit  $\alpha c$  bewegten reduzierten Atommasse, wobei  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante bezeichnet. Bei Impulsgleichheit ergibt sich eine gleiche DeBroglie-Wellenlänge  $\lambda$ . Sie markiert den Ort des Entstehens und des Verschwindens der Welle, und offenbar handelt es sich um die beiden Schwingungsknoten einer Welle. Beim ruhenden Teilchen nimmt  $\lambda$  den Wert unendlich an, aber bei dem mit  $c$  bewegten Teilchen entsteht als  $\lambda$  die Comptonwellenlänge, also jene kleine Distanz, die in der Einsteinwelt eine teilweise, d.h. einseitige Materialisierung des Elektrons repräsentiert. Da hier bevorzugt die Welt der Impulse und der

© Dr. Manfred Kunz e. Kfm. [www.kunz-consult.com](http://www.kunz-consult.com)

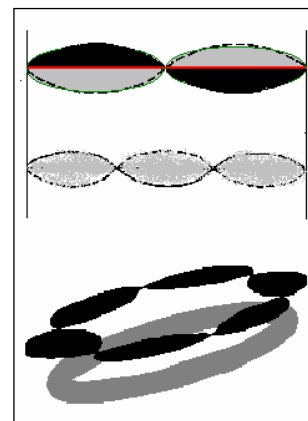
Massen betrachtet wird, sind Aussagen über Ort und Zeit zweitrangig.

c) Es wird Ganzzahligkeit der Stoßpartner und Ganzzahligkeit ihrer Unterteilung angenommen. Dabei dient die 1 (Rydbergeinheit) als Gesamtenergie, was immer dann eine ganzzahlige Reduktion (z.B. auf die noch vorhandene Stoßpendelenergie) erforderlich macht, wenn das Grundniveau nicht beteiligt ist. Ganzzahligkeit liegt unseres Erachtens der ganzen Natur zugrunde. Bei angeregten Zuständen treten ebenfalls abzählbare Einheiten auf, so z.B. die Besetzungsmöglichkeiten beim Wasserstoffatom, welches als Konzept für das gesamte Periodensystem der Elemente dient. Selbstverständlich muss es auch gelingen, das Dreiteilchensystem des Heliums mit ganzen Zahlen zu berechnen, siehe Abb. 22.

d) Um der Atomphysik Rechnung zu tragen, muss man die elektromagnetischen Gesichtspunkte und die Polarisierbarkeit berücksichtigen.

Wenn z.B. die Emission eines Quants des Übergangs  $k=2$  nach  $n=1$  stattfindet, dann stellt man sich den Zustand  $s_2 p_1$  als eine Hantel vor, die sich sozusagen auflöst, weil der Grundzustand sphärisch ist, siehe Abb.16. Ein optischer Elektronenübergang verlangt also ein Dipolmoment. Ein optischer Übergang geht einher mit einer Änderung des Drehimpulses.

e) Die mit dem Kugelmodell erhaltenen Werte können nur dann dem Atomübergang zugeordnet werden, wenn die Zeitrichtung umgekehrt wird. Erwartet man also nach dem Modell eine Emission, so wird in praxi eine Absorption beschrieben.



Allerdings ist das Wort Zeit der Impulswelt fremd, linke und rechte Seite der Gleichung sind fast zeitgleich. Möglich ist auch von Einfluss, dass bei einer Anregung die Bindungsenergie nicht höher, sondern schwächer wird.

**Abb. 17: stehende Wellen aus Partikeln**

f) Die Erscheinung der Paarbildung lässt sich bereits bei der Schulversion beobachten, wozu folgende Ausführung dient. Die Energie-Impuls-Beziehung von Einstein führt zu Gleichung (19), wie aus Abb. 9 ersichtlich ist. Die Umformung von (19) führt zu einer Größe, die als  $Q$  wegen der Quadratdifferenz abgekürzt wird. Bildet man  $Q$  in gleicher Weise für die Impulse  $p_B$  und  $p_R$ , dann

kann ein Erhaltungssatz (21) formuliert werden. Von (21) und (19) gelangt man nach Kürzen mit 2 zur Gleichung (22) und (23).

$$(19) \quad p_A^2 = 2 \cdot m_{0A} \cdot z_A + z_A^2 \quad c=1$$

$$(20) \quad Q_A = p_A^2 - z_A^2 = 2 \cdot m_{0A} \cdot z_A$$

$$(21) \quad Q_A = Q_B - Q_R$$

$$(22) \quad m_{0A} \cdot z_A = m_{0B} \cdot z_B - m_{0R} \cdot z_R$$

$$(23) \quad z_A - z_R = z_B ; z_A + z_R = z_B \cdot m_{0B} / m_{0A}$$

Während beim Erhaltungssatz für die kinetische Energie nach dem Stoß  $e_B$  und  $e_R$  addiert werden, erfolgt bei den impulsquadratähnlichen Größen  $Q$  nach dem Stoß eine Subtraktion. Beim geraden elastischen Stoß trifft dies wegen des Richtungsvorzeichens beim Impuls ebenfalls zu, siehe Abb. 15, wozu man die Größe  $Q$  allerdings nicht braucht. Bildet man aus (21) die Summe  $S = (Q_B + Q_R)/2$  und die Differenz  $D = (Q_B - Q_R)/2$ , dann kann man alle  $Q$ -Werte damit ausdrücken:  $Q_A = 2 \cdot D$ ,  $Q_B = S + D$  und  $Q_R = S - D$ . Die Differenz  $D$  wird hierbei kompensiert und entspricht einer Paarbildung. Es zeigt sich, dass die Gesamtmasse mit  $D$  zusammenhängt  $D = (m_A + m_B)/2 \cdot z_B$ . Die Gleichung (23) wird in der Schulversion mit dem „Hebelgesetz“ verglichen, weil in eigenartiger Weise „vorher“ und „nachher“ auf die Waage gebracht werden.

Fazit: Atomare Kugelstöße werden erst mittels der Schulversion verstanden

### 15) Weitere Anmerkungen zum Analogiemodell

g) Die Paarbildung von Impulsen ist die Triebkraft für den Ablauf des Stoßes, sie ist vergleichbar mit der Drehimpulsquantenbedingung und wird hier Ruhestoßbedingung genannt. Sie drückt die Seltenheit aus, dass zwei entgegengesetzte Stoßpartner einen elastischen Stoß ausführen, bei dem die große Masse zur Ruhe kommt. Dies ist vergleichbar mit der Seltenheit, dass mit weißem Licht eine Atomanregung zustande kommt. Anhand von Abb. 15 wird mit Vorschulkindern eine Nachahmung der Stoßimpulse vorgeführt.

Vergleicht man die Impulseinheiten einer stoßenden Kugel mit einem Eisenbahnzug, dann entspricht der gerade elastische Stoßvorgang einem Umsteigen von dem ankommenden Zug, der mit 15 Jungs (entsprechend dem positiven Impuls  $p_1=15$  der stoßenden Masse  $m_1=3$ ) besetzt ist, zum anderen ruhenden Zug. Alle ankommenden Jungs steigen um in den bereitgestellten neuen Zug, entsprechend der ruhenden Kugel  $m_2=7$  mit insgesamt 21 Plätzen. Doch 6 Plätze bleiben dabei unbesetzt. Der entscheidende Schritt besteht nun darin, diesen nicht vollständig gefüllten Anhänger mit 6 Restplätzen aufzufüllen. Der Zug fährt erst ab, wenn die Waggons voll sind. Den Auffüllbetrag zu besorgen, d.h. die fehlenden 6 Jungs durch Paartrennung zu gewinnen, ist die eigentliche Intelligenzleistung. Paartrennung heißt, Paare aus „Vorwärtsimpulsen“ und „Rückwärtsimpulsen“

bzw. Jungs und Mädels aufzutrennen. Nachdem der letzte Waggon gefüllt wurde und nachdem die „Jungs-Mannschaft“ abgefahren ist, bleiben 6 Mädels übrig. Diese passen, nicht ganz zufällig, genau und lückenlos in einen zweiten Eisenbahnzug, der mit genau  $m_1 \cdot u_1 = 6$  Plätzen in die entgegengesetzte Richtung als „Mädel-Mannschaft“ abfährt. Die Frage nach der Geschwindigkeit  $u_1$  und  $u_2$  der Massen  $m_1$  und  $m_2$  beantwortet sich mit der Anzahl der Waggons, also bei  $u_2=3$  drei Waggons mit je  $m_2=7$  Sitzplätzen.



h) Mit zunehmendem Niveau  $k$  des H-Atoms werden die Massen und Geschwindigkeiten der Bilanzgleichungen immer größer. Die Normierung von Impuls und Energie auf die Rydberg-Einheit 1 erfordert es, dass Impulsgleichungen mit  $n$  und Energiegleichungen mit  $n^2$  geteilt werden müssen, dies hat das Experiment mit dem Stoßpendel ergeben. Die Paarbildungsanzahl 6 muss durch  $n=2$  geteilt werden, genau wie die Energie durch  $n^2=4$  geteilt werden muss. Die Bilanzgleichung in Abb. 15 ergibt für die Jungs-Mannschaft eine Stärke  $7 \cdot 9 = 63$  Energieeinheiten. Bezogen auf die  $3 \cdot 25 = 75$  Starteinheiten folgt ein Verhältnis von 0,84. Nach Teilen mit  $n^2=4$  erhält man den erwarteten Wert 0,21 für den 3. Übergang der Balmerreihe nach  $k=5$ .

i) Dem bewegten Elektron wird nach DeBroglie ein Wellencharakter nachgesagt, und hier wird nun diese Welle dem Bindungsteilchen zugeordnet. Die Wellenzüge bewegen sich mit Geschwindigkeit  $c$  und sind so geartet, dass die Wellen sich phasengenau zu einer entsprechenden Bahnfigur schließen, siehe Abb. 17.

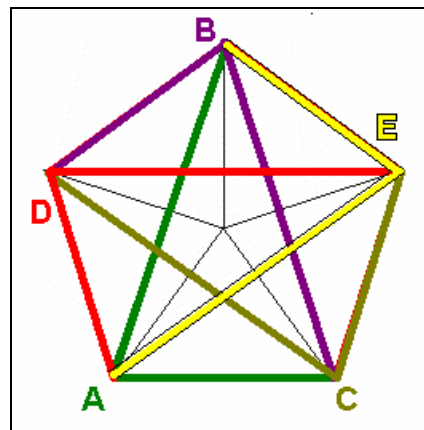
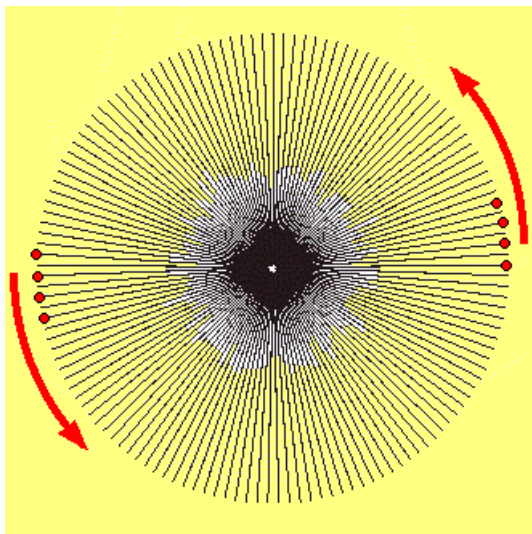


Abb. 18: Zwei Modi eines Fünfecks

Die Anzahl der Wellenzüge ergibt natürlich eine ganze Zahl, entsprechend Abb. 17 liegen drei Wellenzüge vor. Man kann ein Beispiel mit fünf Wellenzügen beginnen, wobei sich das Bindungsteilchen über fünf Wellenzüge verteilt. Vorgehend wird eine Anwendung des Comptoneffekts auf ein Fünfeck vorgenommen, siehe Abb. 18. Fasst man jede Seitenlänge als Photon auf, dann lässt sich kein Comptoneffekt hineininterpretieren. Dasselbe trifft auch für das Sternfünfeck (Pentagramm) mit der Seitenlänge  $1,902113 (= \sqrt{GS+2})$  mit  $GS$  als Goldenen Schnitt zu. Nur eine Kombination beider, also eine Abwechslung beider Seitenlängen (siehe Abb. 18) ist mit dem Comptoneffekt vereinbar. Die dazu notwendigen Teilchenparameter wären  $m_0 \approx 2,81$  und  $p \approx 2,41$  und  $\beta \approx 0,65$ .

Ein Algorithmus kann diesen Weg längs des Polygons schnell und einfach nachvollziehen. Der Algorithmus mündet bei sehr hohen Punktzahlen in einer Simulation himmelsmechanischer Mehrkörpersysteme. Die Bindungsteilchen der Planeten gehen beim Sonnensystem nahe am Schwerpunkt der Sonne vorbei, ohne davon Notiz zu nehmen, Abb. 19.



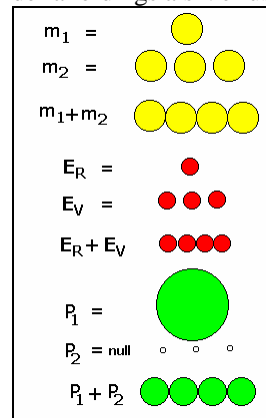
**Abb. 19: Das Polygon 137/68 enthält keinen Kern und besteht aus einem einzigen Strahl**

Diese Erweiterung des Atommodells von Bohr-Sommerfeld mittels eines Simulationsalgorithmus eines relativistischen Stoßes kann hier nur angedeutet werden. Insbesondere erfordert eine Anwendung auf das Spektrum des Neutralheliums Erörterungen, die den Rahmen dieses Posterbeitrags übersteigt.

j) Auch mit dem Modell eines mechanischen unelastischen Stoß lassen sich atomare Übergänge beschreiben. Der elastische Stoß lässt sich besser gestalten, weil er drei Impulse besitzt. Allerdings kann man sich die Ruhmasse in zwei, drei

Komponenten aufgetrennt vorstellen. Zum unelastischen Stoß greifen wir auf den einfachsten Fall mit Massenverhältnis 1:3 der Lymanserie zurück. Da zu Balmers Zeiten die mechanischen Grundlagen bestens bekannt waren, hätte er selbst diese Erklärung seiner Entdeckung geben können. Der im Ultraviolett gelegene Übergang  $n=1, k=2$  war zwar noch nicht bekannt, wir ziehen ihn wegen der Einfachheit dem Fall von Abb. 15 vor. Wie würde also Balmer als Entdecker des Wasserstoffspektrums um 1885 den Effekt mittels eines unelastischen Stoßes erklären?

„Die in Abb. 20 gelb gezeichnete Startmasse  $m_1$  stößt auf die ruhende Masse  $m_2$ , die eine dreifache Größe besitzt. Nach dem unelastischen Stoß haften beide Massen aneinander und ergeben die Masse vier. Die rot gezeichnete Energie betrifft nur die Gesamtenergie und ihre interne Aufteilung nach dem unelastischen Stoß. Ein Viertel der Gesamtenergie verlässt als Restenergie  $E_R$  das kinetische System, während drei Viertel der Gesamtenergie als Verlustenergie  $E_V$  verschwinden. Die Summe  $E_R + E_V$  ergibt diejenige Energie, die die Startkugel eingebracht hat, denn die ruhende Kugel  $m_2$  bringt keine kinetische Energie ein. Das Bild soll verdeutlichen, wie die Energieeinheiten sich gleichmäßig auf die Masseinheiten verteilen. Die anfangs ruhende Kugel  $m_2$  erhält nach dem Stoß entsprechend ihrer Masse sozusagen den gleichen Anteil vom Kuchen, der allerdings als Verlustenergie entwertet wird.



**Abb. 20: ein unelastischer Stoß**

Eine andere Form der Gleichverteilung tritt uns beim Impuls entgegen. Der grün gezeichnete Startimpuls verteilt sich nach dem unelastischen Stoß gleichmäßig auf die vier Masseinheiten. Die anfangs ruhende Masse  $m_2$  nimmt also im Masseverbund gewissermaßen drei Viertel des Gesamtimpulses auf. Beim unelastischen Stoß tritt kein Richtungswechsel im Sinne einer Reflexion auf, es gibt nur eine Bewegungsrichtung.“ Tabellen zum elastischen und unelastischen Modell der H-Anregung sind zu finden in [14 S. 143], [10 S. 55].

Fazit: Die Spektren des H-Atoms lassen sich leicht berechnen aber nur schwer verstehen.

**16) Vorbemerkungen zum elastischen und unelastischen Stoß beim Helium**

Diplomphysiker Dr. S. Spaarmann äußert sich in einem Dialog [10, S.197] über das wasserstoffähnlichen Helium mit der Kernladungszahl Z (von 2 bis 10) und über seine Ionisationsenergie I<sub>z</sub> wie folgt: „Nehmen Sie die empirische Formel vom wasserstoffähnlichen Helium  $1/I_z = 1/Z^2 + 1/(Z^2 \cdot (Z-1) \cdot 0,8)$ ], die für Helium angepasst lautet:  $1/I_z = 1/2^2 + 1/3,29723$ . Bilanzgleichungen dieser Art lassen sich durch Kugelstoßexperimente modellieren, selbst wenn es sich um die Ionisierungsenergie I<sub>z</sub> des Dreikörpersystems Helium handelt. Nachfolgend wird eine von mehreren Möglichkeiten geschildert. Zwei Kugeln mit den Massen m<sub>1</sub>=4 und m<sub>3</sub>=4 sollen zentral zusammenstoßen und einen vollkommen unelastischen Stoß ausüben. Bei gleichen Geschwindigkeitsbeträgen v<sub>1</sub>=1 und v<sub>3</sub>= -1 kommt der gerade Stoß schlagartig zum Stillstand, weil sich die Impulse kompensieren. Da keine kinetische Energie übrig bleibt, beträgt die Verlustenergie 100%. Wenn die Kugeln in Form von neutralen Punkteilchen denselben unelastischen Schwerpunktsstoß, allerdings mit hoher Geschwindigkeit ausführen würden, käme es zu relativistischen Effekten. Dies wäre vergleichbar mit einer Kollision von Neutronen mit Neutronen in einem Beschleuniger, wenn es denn eine Möglichkeit der Beschleunigung von Neutralteilchen geben würde und wenn man einen unelastischen Stoß erzwingen könnte. Selbst bei niedriger Geschwindigkeit würde der Zusammenstoß von Neutronen nicht exakt zum Stillstand führen, weil theoretisch jede Relativbewegung verbunden ist mit dem Entstehen einer relativistischen Zusatzmasse, die sich nicht vernichten lässt, weder durch bleibende Verformung noch durch Wärmeentwicklung. Eine Möglichkeit der Impulsauslöschung und Energievernichtung bliebe noch, nämlich die Bildung eines theoretischen Neutronenpaars, verbunden mit einer Rotation und Vibration dieses Gebildes. Sogar von Lichtteilchen wird berichtet, dass es zur Bildung von Paaren und Klümpchen kommt, doch dies dürfte mit seltenen Eigenwerten (verschränktes Licht) verknüpft sein.

Wenn vor dem Stoß noch zusätzlich eine ruhende Masse m<sub>2</sub> mit v<sub>2</sub>=0 am Stoßort angeordnet wird, dann ändert sich an dem insgesamt unelastischen Stoß nichts. Wenn allerdings der Stoß zwischen m<sub>1</sub> und m<sub>2</sub> zeitlich etwas früher stattfindet, dann bildet sich zunächst eine Zwischenmasse. Unter der Annahme m<sub>1</sub>+m<sub>2</sub>= 7,29735 =1/s ergibt sich eine Zwischengeschwindigkeit von 0,548=4·s, die schließlich durch Folgestoß mit dem Körper 3 ausgelöscht wird, indem es zum Gesamtstillstand kommt. Die reduzierte Masse der Zwischenmasse beträgt 1,80742= I<sub>z</sub> und entspricht der Ablösungsenergie eines Elektrons für Helium, dessen Gesamtbindungsenergie I<sub>z</sub>+4 Rydberg-Einheiten beträgt. Führt man das Analogexperiment

für Helium elastisch aus, dann gelangt man über drei gerade Folgestöße zu einer Aufteilung der Gesamtenergie 8 in die Teilbeträge 4±4/5.“

Der unelastischen Stoß mit v=1 bzw. -1 resultiert aus der vorgegebenen Masse 3,29723 der Wert P in Form von 1/P=1/4+1/3,29. Der Zahlenwert P tritt in mehrfacher Weise in Erscheinung, einmal als Impuls, dann als reduzierte Masse M<sub>red</sub> und auch Energie. Die Zwischengeschwindigkeiten des Komplexes M<sub>red</sub> besitzen u<sub>2</sub>+u<sub>0</sub> den Wert 4·0,137 = 0,5481532. Dies ist gleichzeitig E<sub>Verhält</sub>= E<sub>2END</sub>/E<sub>2ANF</sub>

Der Heliumwert I<sub>z</sub> mit umgerechnet 78,97 eV folgt zwanglos daraus. Kein geringerer als Herr Ritz, der hier manchmal gemeinsam mit Rydberg erwähnt wird, hat den bisher genauesten Wert berechnet:

Ritzsche Variationsmethode .. 77,38  
Ritz-Pekeris, mit 1075 Gliedern 78,97  
experimenteller Wert ..... 78,975

Ionisierungsenergie in eV des vorletzten inneren Elektrons		
H	-	
He	24,579	$\frac{1}{I_z} = \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{Z^2 \cdot (Z-1) \cdot 0,8}$
Li	75,63	
Be	153,9	
B	259,3	
C	391,9	
N	551,9	
O	739,1	
F	953,6	
Ne	1190	

**Abb. 21: Eine empirische Relation bei den heliumähnlichen Atomen bzgl. Grenzwerte**

n	n*	Korrektur	n ber.	
2	2.0093372	0.0023006	2.0000697	statt 2
3	3.0111031	0.0008079	3.0001351	statt 3
4	4.0116487	0.0003595	4.0000950	statt 4
5	5.0118876	0.0001885	5.0000662	statt 5
6	6.0120116	0.0001105	6.0000465	statt 6
7	7.0120871	0.0000701	7.0000363	statt 7
8	8.0120671	0.0000472	7.9999617	statt 8
9	9.0121262	0.0000332	8.9999833	statt 9
10	10.0120718	0.0000243	9.9999027	statt 10
11	11.0121956	0.0000183	11.0000068	statt 11
12	12.0120858	0.0000141	11.9998828	statt 12
13	13.0120497	0.0000111	12.9998356	statt 13
14	14.0121252	0.0000089	13.9999021	statt 14
15	15.0122553	0.0000072	15.0000249	statt 15
16	16.0121758	0.0000060	15.9999399	statt 16
17	17.0123339	0.0000050	17.0000930	statt 17
18	18.0118871	0.0000042	17.9996432	statt 18
19	19.0122270	0.0000036	18.9999792	statt 19

**Abb. 22: Die Anfangsglieder der Fundamentalserie von Helium [15]. Berichtigung defekter Quantenzahlen.**

Was die Spektralwerte anbelangt, so kann beim Dreiteilchensystem Helium gezeigt werden, dass die experimentellen Quantenzahlen n\* nicht mehr ganzzahlig sind, man spricht von Quantendefekten. Tatsächlich gelingt es, mittels einer Funktion, die im Wesentlichen auf 1/n<sup>3</sup> · (1-1/n<sup>2</sup>) beruht, ganze Zahlen zu erhalten, siehe Abb. 21. Der

Korrekturterm enthält einen Faktor, der der Lymanserie vom H-Atom entspricht. Die Korrektur wird reziprok und quadratisch vorgenommen.

Im Einzelnen werden sowohl elastische als auch unelastische Stöße bei diesen Rechnungen gebraucht. Wenn es um die Bindungsenergien von Atomen geht, dann kommt man mit dem Schwerpunktsstoß am besten voran. Beim Zweiteilchenstoß braucht man dazu die reduzierte Masse und die Relativgeschwindigkeit. Es gibt auch einen Bezug zum Stoß im Laborsystem, wenn man einmal das leicht und einmal das schwere Teilchen als ruhend annimmt. Die Summe beider Energien führt unmittelbar zum Schwerpunkt und seiner Energie.

Fazit: ganzzahlige Geschwindigkeiten und Kugelmassen genügen weitgehend zur Berechnung der Spektren des He-Atoms

### 17) Die Energie atomarer Bindung als Funktion der Ruhmasse der Partner

Es ist nicht bekannt, ob Bohr die in Abb. 23 geschilderte Relation zwischen  $m_{\text{red}}$  und der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  von Sommerfeld gekannt hat, aber sicherlich war er über die beiden Komponenten bestens informiert. Es geht um die Relation  $\epsilon/c^2 = m_{\text{red}} \cdot K$  mit  $K = \alpha^2/2$ , und man kann sich über die Tragweite dieser „Sommerfeldformel“ als Wunderwaffe nur wundern. Setzt man für die Massen  $M$  das Proton und  $m$  für das Elektron ein, so erhält man folgerichtig als Energie des Grundniveaus für das H-Atom  $\epsilon = 13,6$  eV. Diese Wunderformel wird auch benutzt, um z.B. die geringfügige Änderung der Energie beim Einsetzen von Isotopen als Atomkern zu berechnen. Dies ist klassische Mechanik in Reinform. Nur die Erklärung und Deutung von  $\alpha$  als Geschwindigkeit lässt zu wünschen übrig. Sicherlich spielt der Drehimpuls dieses Schwerpunktsstoßes eine Rolle; denn der Drehimpuls entspricht  $\hbar$  und erfüllt die Quantenbedingung der Planckschen Konstante.

Die Bindungsenergien von Abb. 23 seien kurz erläutert. Man spricht oft von exotischen Atomen, weil die Lebensdauer meist nur kurz ist. Aus den Massen der Atompartner wird jeweils die reduzierte Masse gebildet und daraus mittels der Wunderformel die Energie in eV berechnet. Bei mehrfach geladenen Partnern geht die Ladungszahl quadratisch ein. Die Zahlenwerte für die Tabelle entstammen verschiedenen Literaturwerten, z.B. [16]. Es wären noch Merkmale wie ortho/para zu erwähnen. Die Symbole bedeuten: Elektron  $e^-$  und sein Antiteilchen Positron  $e^+$ , Proton  $p^+$  und Antiproton  $p^-$ , Myon  $\mu^-$  und Antimyon  $\mu^+$ , Pion  $\pi^-$ , Deuteron  $D^+$ , wasserstoffähnliches He und C (Kohlenstoff). Zur Feinstrukturkonstante  $\alpha$  siehe Punkt 17 und [14].

Atom	eV	$e/c^2 = m_{\text{red}} \cdot K$
$p^+ e^-$	13,59826	
$e^+ e^-$	6,80282	
$\mu^+ e^-$	13,5402	
$D^+ e^-$	13,6019	
${}^4\text{He}^+ e^-$	54,4152	
$\mu^+ \mu^-$	1407,2	
$p^+ \pi^-$	3235,6	
${}^{12}\text{C}^{+11} e^-$	489,781	
$p^+ p^-$	12491	

Abb. 23: vorzugsweise exotische Atome

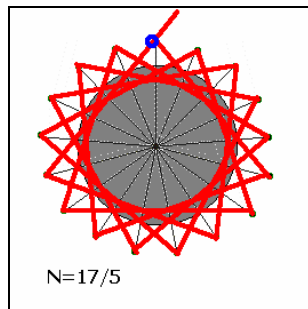
Wenn also die Bindungsenergie eines prognostizierten Atoms aus einem Deuteriumkern und seinem denkbaren Antiteilchen abgeschätzt werden soll, so geschieht dies mit der besagten Formel, woraus ein Wert von 24,98 keV resultiert. Wer noch weitergehende Details sucht, kann sich das delikate Thema der Mitwirkung der Neutronen am besagten Atom aus Deuterium-Antideuterium zu Gemüte ziehen. Man benutze zwei utopische Elementarteilchen namens Einstein, Antieinstein mit einer utopischen Ruhmasse von je 1 g und berechne die gigantische Energie dieses Riesenatoms! Die Zerstrahlung eines einzigen Atoms hätte für die Erde eine verheerende Wirkung.

Fazit: Bindungswerte sind unglaublich einfach mittels des mechanischen Stoßes zu gewinnen

### 18) Impulsphysik der Polygone

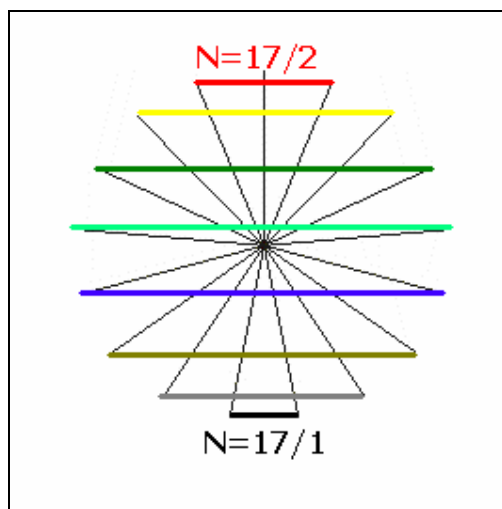
Reguläre Polygone lassen zunächst keine physikalische Anwendung erkennen, lediglich bei der Simulation einer Kreisbewegung kann man durch Vergrößerung und Vergrößerung der Schrittweite zu niedrigen Polygonen gelangen, die in den Stützpunkten den Kreis noch genau nachbilden. Wenn es jedoch um Wegstrecken geht, erhält man anstatt der Kreisbögen mit sinkender Eckenzahl  $N$  große Sehnen. Die Simulation kann aber auch so gestaltet werden, dass mit wachsender Eckenzahl  $N$  große Sehnen entstehen, die sich dem Kreisdurchmesser nähern. Man muss hierbei von ungeraden Zahlen  $N$  ausgehen, bildet die Größe  $(N-1)/2$  und erhält eine maximale „Nebenquantenzahl“  $L$ . Diese läuft von 1 bis  $L_{\text{max}}$ , wobei am Beispiel  $N=17$  die Grenzfälle 17/1 und 17/8 entstehen, siehe Abb. 25. Nicht nur für Schüler ist der Vergleich mit einem Sternzwirn hilfreich, siehe Abb. 24, wo ein Punktabstand von 5 gewählt wurde, d.h. wo beim Weiterücken nur jede fünfte Ecke für den Faden benutzt wird. Der Faden hat

mittlere Länge und muss fünfmal den Kreis umzirkeln, bis er wieder am Anfang ankommt [17].



**Abb. 24: Sternzwirn, eine Wicklung**

Diese mathematische Kategorie der Polygone bietet viele Überraschungen. Das Wort Nebenquantenzahl soll fortan als Modus (man denke an Schwingungsmodi) bezeichnet werden. Der in Abb. 19 dargestellte Modus 68 des Polygons  $N=137$  ergibt eine Simulation, zu der nur ein einziger Faden (Strahl) benutzt wird. Die Visualisierung am Bildschirm lässt zwei fiktive Teilchen (rot gezeichnet) erkennen, die einander umrunden, wobei die Sehnen nicht den Kreismittelpunkt berühren. Man könnte von einem mathematischen Doppelstern sprechen, doch der Algorithmus soll zunächst nicht weiter interessieren.

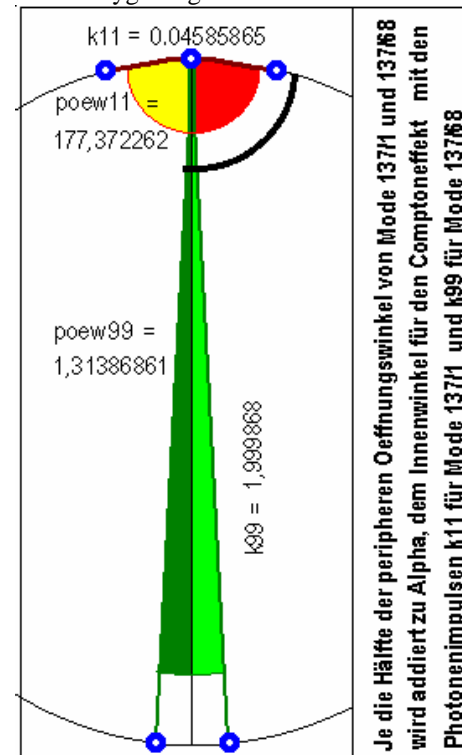


**Abb. 25: Acht Modi des Polygons  $N=17$**

Alle acht Modi des Polygons  $N=17$  lassen sich so anordnen, dass sie parallel zur Sehne bzw. zum Übergang  $17/1$  liegen, wie in Abb. 25 dargestellt. Diese Spitze liegt auf einem Radiusstrahl des Polygons und senkrecht dazu liegen die Seitenlängen der Modi. Diese Modi lassen sich auch so anordnen, dass sie alle symmetrisch zu einem ausgewählten Durchmesser liegen und dieses Bild wird - wenigstens für zwei Modi - in Abb. 26 gezeigt. Es sei ein Eckpunkt eines Polygons betrachtet; er stellt die Spitze dar, an der beide Modi eintreffen und weiterlaufen. Im Falle der Kombination der extremen Modi  $N/1$  und  $(N-1)/2$

liegen die entsprechenden Seitenlängen  $k_{11}$  und  $k_{99}$  so, dass  $k_{99}$  zur Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks wird, welches aus der Kathete  $\frac{1}{2} \cdot k_{11}$  und aus der Kathete der Höhe (angenähert dem Durchmesser) gebildet wird.

Alle Modi eines Polygons besitzen unterschiedliche Längen, wie die farbige gezeichneten 8 Modi in Abb. 25 erkennen lassen. Das schrittweise Weiterrücken einer simulierten Polygonbahn mit gleicher Seitenlänge ist physikalisch für einen Verbund von Compton-Bausteinen wegen der gleichen Länge der Photonenimpulse nicht zu gebrauchen. Kombiniert man jedoch zwei Modi abwechselnd miteinander, wie in Abb. 27 ersichtlich, dann entsteht eine für den Comptoneffekt prinzipiell verwendbare Polygonfigur. Anhand von Abb. 18 verfolge man diese Bahn an einem Fünfeck, beginnend mit gelb lang, gelb kurz, grün lang, grün kurz, dann braun, dann rot, womit man wieder beim Anfang landet. Diese Bahnen sind jedoch nur Photonen, sozusagen das geometrische Feld. Die eigentlichen Hauptdarsteller sind die Teilchenimpulse, sie müssen auch mitspielen, und von einer Perfektion kann noch keine Rede sein. Insbesondere geht es um das richtige Eintreffen jedes Teilchenimpulses am entsprechenden gewünschten Punkt zur „Halbzeit“. Dieses Problem der Wiederkehr ist ein langes Kapitel. Die Polygonbahn soll stationär kreisen bzw. umrunden und nicht als Einzelaktion eines Polygonsegments ablaufen und verenden.



**Abb. 26: Zwei Modi des Polygons  $N=137$  mit den peripheren Öffnungswinkeln**

Jeder Modus besitzt einen peripheren Öffnungswinkel poew. Im Beispiel von Abb. 26

liegen diese Winkel nahe  $177^\circ$  und nahe  $1,3^\circ$ . Bei einer Kombination zweier Modi wird der entscheidende Winkel  $\alpha$ , welcher der Supplementwinkel zum Comptonwinkel  $\vartheta$  ist, wie angegeben gebildet. Mittels des Comptoneffekts kann daraus die Ruhmasse  $0,04747$  des Teilchens, die Impulslänge  $2,00092$  für das Teilchen, der Winkel  $\varphi$   $1,31318^\circ$  und die Geschwindigkeit  $\beta$   $0,99972$  gewonnen werden. Das Problem der Wiederkehr ist hier auch nicht exakt gelöst, obwohl der Winkel  $\varphi$  mit dem Winkel  $\rho_{ew99}$  zufällig genau übereinstimmt. Die Schwierigkeiten sollen an Abb. 27 demonstriert werden. Es handelt sich um ein symbolisches Bild, an dem eine gewünschte Wiederkehr diskutiert werden soll. Ein ruhendes Teilchen werde inmitten der beiden roten Impulse gestartet. Der graue Teilchenimpuls kommt nur ein kleines Stück voran, wozu die aus Abb. 3 zu ersehenden Komplikationen, dass der Pfeil nur außerhalb des Polygons sein dürfte, noch zu beachten sind. Da das geometrische Feld Lichtgeschwindigkeit hat, kommt das Teilchen nur langsam voran und sollte zur Halbzeit am Punkt zwischen dem blauen und dem gelben Lichtimpuls exakt eintreffen. Angenommen, dies sei der Fall, dann geschieht genau das Umgekehrte wie beim Start: das Teilchen kommt zur Ruhe. Damit der Umrundungsvorgang am Leben gehalten werden kann, müssen an allen 17 Punkten ruhende Teilchen parat sein, vergleichbar mit dem Jonglieren von 17 Bällen, einem Vorgang, der sich nur schwer starten lässt. Das Zustandekommen eines Polygons mit Physikimpulsen von geringer Geschwindigkeit muss selbststartend sein und dürfte voraussichtlich nur selten vorkommen.

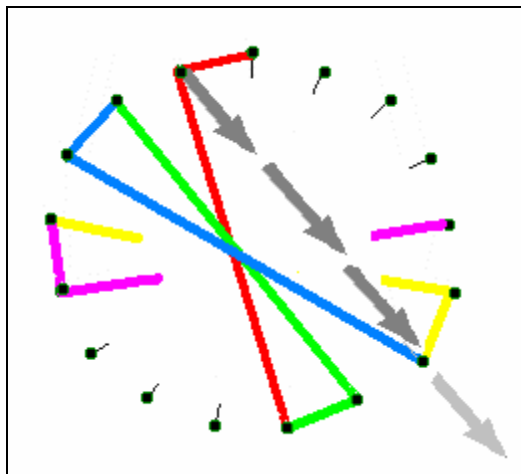


Abb. 27: Kombination  $N=17/1$  und  $N=17/8$

Der Teilchenimpuls ist oft länger als der Durchmesser des Kreises, daraus könnte man den Schluss ziehen, eine Wiederkehr sei unmöglich. Wenn aber der Impuls gestückelt ist, wie in Abb. 27 zu sehen, dann wäre zu überlegen, ob nicht bereits wenige Teilimpulse zu einer erfolgreichen Wiederkehr ausreichen. Eine weitere Möglichkeit

zur Wiederkehr eröffnet sich beim Überlagern zweier ungleicher ungerader Vielecke. In Abb. 28 links handelt es sich um ein Doppelsiebeneck, auf der rechten Seite ist eine Kombination  $7/2$  mit  $7/3$  gezeigt. Man bedenke, dass es sich jeweils um ein einziges „halboffenes“ Dreieck handelt, welches wie beim Kaleidoskop solange gespiegelt wird, bis sich das Polygon schließt.

Fazit: Polygone öffnen den Blick in die Welt

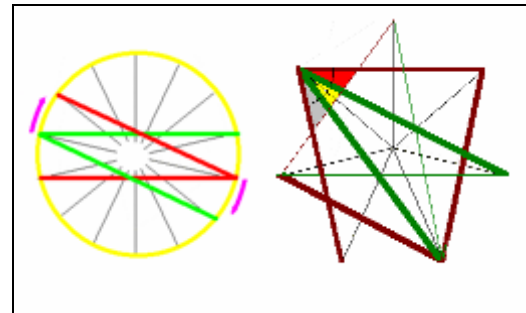


Abb. 28: Studien am Siebeneck

### 19) Grenzwerte der Polygone und der Schulversion

Um die Eigenarten der Kombination von zwei Modi anzudeuten, werden solche ausgesucht, die einen Winkel  $\vartheta=120^\circ$  besitzen. Die Abb. 29 zeigt einen Ausschnitt, wobei die Genauigkeit des Winkels  $120^\circ$  nur etwa sechsstellig war, sie nähert sich zunehmend dem exakten Wert. Das Polygon  $N=129$  mit den Modi 42 und 44 ist eine Lösung. In jeder Tabellenzeile ist die abnehmende geringe Geschwindigkeit  $\beta$  und die geringe Zusatzmasse  $z$  der Ruhmasse  $m_0$  zu erkennen. Aus der ersten Zeile lassen sich die übrigen Zeilen ausrechnen, man muss  $N$  um jeweils 6 Einheiten, die Modi um je 2 Einheiten erhöhen. Während  $N$  wächst, fällt  $z$ , und das Produkt beider ergibt mit bereits sehr guter Genauigkeit den Umfang des Einheitskreises  $2\pi$ . Daran ist eine enge Verflechtung von Geometrie mit Physik zu erkennen. Der Teilchenimpuls steigt von  $\rho=2,99921$  bis  $2,99961$  und nähert sich dem Grenzwert 3 bei einem Kreisdurchmesser von 2. Der Winkel  $\varphi$  nähert sich dem Grenzwert  $30^\circ$ .

N	L11	L99	z	k99	$\varphi$	$\beta$	$m_0$
129	42	44	0.0487	1.7558	29.53	0.03247	92.326
135	44	46	0.0465	1.7548	29.55	0.03103	96.626
141	46	48	0.0445	1.7539	29.57	0.02971	100.925
147	48	50	0.0427	1.7530	29.59	0.02849	105.225
153	50	52	0.0410	1.7522	29.60	0.02738	109.524
159	52	54	0.0395	1.7514	29.62	0.02634	113.824
165	54	56	0.0380	1.7507	29.63	0.02539	118.123
171	56	58	0.0367	1.7501	29.64	0.02449	122.422
177	58	60	0.0355	1.7495	29.66	0.02366	126.720
183	60	62	0.0343	1.7489	29.67	0.02289	131.019

Abb. 29: Polygone mit zwei Modi, die einen Streuwinkel  $\vartheta$  von  $120^\circ$  aufweisen und die sich einem Grenzfall nähern.

Im dem sich andeutenden Grenzfall werden bei hohem  $N$  die Modi den Wert  $N/3$  annehmen, und

beim flüchtigem Hinsehen wird man ein gleichseitiges Dreieck erkennen.

Die Demonstration eines Falles mit  $\vartheta=60^\circ$  zeigt Abb. 30. Der fett gezeichnete schwarze Winkel dient zur Orientierung und hat einen Winkel von  $120^\circ$ . Der Supplementwinkel von  $\vartheta$  hat auch den Wert  $120^\circ$  und umschließt den blauen und roten Strahl des Comptoneffekts. Das Bild ist jedoch um etwa  $2^\circ$  nach links verdreht. Der Impuls hat die Länge 1,00054 und zeigt nach unten, er verläuft als schmaler roter Streifen neben der Ordinate. Die Ruhmasse beträgt 12,398 und weitere Parameter sind  $\varphi=58,0007$   $\beta=0,08044$   $z=0,04031$ . Der Teilchenimpuls soll den Mittelpunkt zwar nicht treffen, er verfehlt ihn auch um  $4/3^\circ$ .

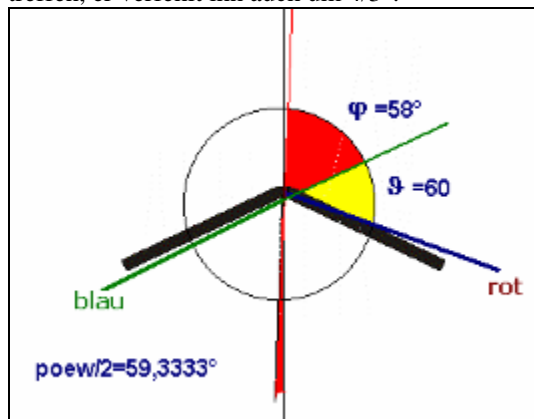


Abb. 30: Kombination 135/22 und 135/23

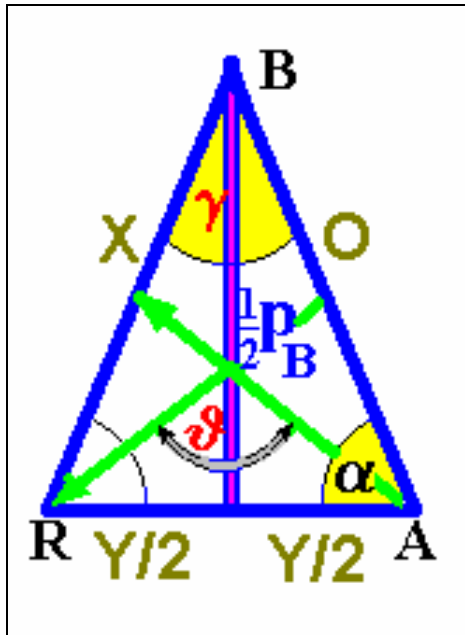
Die mathematisch-physikalische Vielfalt birgt viele Überraschungen, besonders wenn man mehr als nur zwei Modi kombiniert. Ganze Zahlen spielen eine große Rolle, obwohl der Computer die Simulationen mühelos mit jeder beliebigen krummen Zahl  $N$  bewältigt. Die Natur scheint aber Polygone, die mit Lineal und Zirkel konstruierbar sind, zu bevorzugen, weil eine natürliche Zahl den Charakter einer Quantenzahl in sich birgt. **Gauss** [18] hat in seiner berühmte Kreisteilungsgleichung  $x^n - 1 = 0$  das Problem erkannt, wonach eine Kreisteilung dann sicher mit Lineal und Zirkel vorgenommen werden kann, wenn  $n$  eine Primzahl der Art  $2^{2^k} + 1$  also  $2 \exp(2^k) + 1$  ist. Außer Dreieck ( $k=0$ ) und Fünfeck ( $k=1$ ) folgen  $N=17$  mit ( $k=2, n=4$ ) und  $N=257$  mit ( $k=3$ ). Die Summe der beiden letzten Glieder ergibt 274, d.h. das Doppelpolygon von  $N=137$ . Wir haben bisher die Polygone 17 und 137 bevorzugt, weil sie eine Nähe zur Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante  $\alpha$  besitzen. Diese ist allerdings als Kehrwert mit ca. 137,036 keine ganze Zahl. Das Polygon 137 und seine Vielfachen nähern sich allerdings dem gewünschten Wert mit **achtstelliger** Genauigkeit. Bei aller Zahlennystik ist zu beachten, dass Ähnliches für jede Zahl gilt, weil der Polygonumfang mit zunehmendem  $N$  sich dem Wert  $2\pi$  nähert. Jedes Polygon (z.B.  $N=191$ ) befolgt die Regel  $\text{zahl} \cdot k11/k99 \cdot N = \pi$ . Grund dafür

ist der Sinus, der in immer kleineren Winkeln ( $191/\text{zahl}$ ) sich dem Umfang nähert. Mit wachsendem Faktor  $\text{zahl}$  verbessert sich die Näherung. Die Hypotenusenvorstellung  $\pi^2 + 137^2 = 1/\alpha^2$  wird also erst bei hohen Eckenzahlen erreicht, siehe [14].

Aus natürlichen Zahlen Naturkonstanten zu ermitteln, entspricht den Vorstellungen des ersten Vordenkers der Mengenlehre, Thomasius von Aquino, der Engelscharen in seine Überlegungen einbezog. Wir können heute mit Polygonen z.B. auch den Wert des Verhältnisses der Ruhmassen von Proton zu Elektron suchen und finden, und zwar ergibt die Kombination 217/98 und 217/99 als Ruhmasse 1836,155. Man darf sich wundern, aber Vorsicht ist angebracht.

Die Mehrmodi-Polygone sind zunächst Phantasiegebilde, weil die dazu erforderliche Umgebung nicht vorhanden ist. Es mangelt an der Bereitstellung ruhender Teilchen an den Punkten, wo der Comptonstoß stattfinden soll. Möglicherweise finden diese Hirngespinnste in einem Neutronenstern ein passendes Umfeld. Diese Polygone sind Einteilchensysteme, es gibt nur eine Ruhmasse, einen Impuls, einen  $\varphi$ -Wert, einen  $\beta$ -Wert und ein  $z$ . Eine Merkwürdigkeit bezüglich der Geschwindigkeit ist auffällig, denn man kann beliebig große oder beliebig kleine  $\beta$ -Werte einstellen. Es existiert aber innerhalb einer Serie ein Zusammenhang zwischen  $N$ ,  $m_0$  und  $\beta$ . Je größer  $N$ , desto kleiner  $m_0$  und  $\beta$ , und zwar deshalb, weil das Polygon als ein riesengroßes Vieleck im Ganzen gesehen wird. Bei der Schulversion beträgt die Summe der drei  $\beta$ -Werte ungefähr 1, und ein Mehrmodi-Polygon mit großem  $N$  und niedrigem  $\beta$  braucht viele Takte, um eine Summe 1 zu erreichen. Wir kehren zurück zum relativistischen Stoß und zur Schulversion. Beide Grenzfälle sind bestens untersucht, einmal der Fall mit Massenverhältnis eins (näherungsweise als Stoß zwischen Proton und Neutron als  $p \rightarrow n$  bezeichnet) und einmal der Fall mit Massenverhältnis unendlich (näherungsweise als Stoß zwischen Elektron und Neutron als  $e \rightarrow n$  bezeichnet). Der letztgenannte Fall wird in Abb. 31 dargestellt und kann von Schülern mit den Vorgaben  $z_A = 1 + 0,0005438676$  für das stoßende Elektron,  $z_R = 1 - 0,0005438676$  für das reflektierte Elektron und mit  $z_B$  als Differenz berechnet werden, wozu das Schema Abb. 7 dient. Man erhält aus diesen zwei Vorgaben Abb. 31 mit allen Details. Es betragen  $Y=2$  (hellbraun in zwei Hälften gezeichnet),  $X=3$ ,  $O=3$ ,  $p_A = p_R = \sqrt{17}$  (grün gezeichnet)  $p_B = \sqrt{32}$  (lila gefärbt),  $\alpha$  (gelb) ergibt sich aus  $\arccos(1/3)$ ,  $\gamma$  (gelb) ergibt sich aus  $\arccos(7/9)$ ,  $\vartheta$  (rot) ist der Stoßwinkel folgt aus  $\arccos(-1/17)$  und der halbe Winkel  $\vartheta$  zum Lot hin gemessen ergibt sich aus  $\arcsin(3/\sqrt{17})$ . Der Flächeninhalt beträgt  $\sqrt{8}$  und die stoßende Elektronenruhmasse erhält man aus dem Umfang, beides ist gleich 8. Die Ruhmasse des Neutrons

wird in demselben speziellen Maßsystem, wo  $z$  neben dem  $m_0$  steht, angegeben. Mit dem Massenverhältnis Neutron/Elektron 1838,6827 folgt  $m_B$  mit dem achtfachen Wert. Dieses wurde mit den Vorgaben implizit eingebracht.



**Abb. 31: Grenzfall  $e \rightarrow n$  der Schulversion**

Die beiden Grenzfälle sind Gegenstand eines Patent, siehe Abb. 33. Dort werden die Parameter des Stoßes  $e \rightarrow n$  zusammengestellt, Abb. 32. Das Patent hat unter anderem zum Ziel, Teilchenströme mit Hilfsstrahlen, die das geometrische Feld unterstützen, zu dirigieren. So könnte man einen Neutronenstrahl, der eine definierte Richtung und Geschwindigkeit besitzt, zur Ruhe bringen. Die Bildung einer kleinen Kugel aus ruhenden Neutronen setzt voraus, dass die Neutronen sozusagen mitspielen und kraft ihres magnetischen Momentes zusammenhalten. Ansonsten entspricht alles den eingangs gezeigten relativistischen Stoßformeln von Abb. 1.

	Teilchenart B
Teilchenimpulse	$\sqrt{32}$
Bewegungsenergie	$0,0005438676 \cdot 2$
Ruhmasse	$1838,68366 \cdot 8$
Photonenimpulse	$Y = 2$
	Teilchenart A
Teilchenimpulse	$\sqrt{17} \pm \sqrt{0,009789908}$
Bewegungsenergie	$1 \pm 0,0005438676$
Ruhmasse	$8 \pm 0$
Photonenimpulse	$Z, X = 3 \pm 0,0005438673$

**Abb. 32: Auszug aus dem Patent [4]**



**Abb. 33: „Konstruktion für eine Bündelung von Teilchenstrahlen durch elastische relativistische Kollision“ siehe [4]**

Fazit: Auf die Schulversion ist Verlass, sie entspricht der relativistischen Physik.

## 20) Literatur

- [1] M. Kunz, B. Grebe, S. Spaarmann DPG Düsseldorf 2004 DD13.31.pdf ISBN 3-86541-066-9
- [2] M. Kunz, B. Grebe, S. Spaarmann DPG Didaktik 2003: CD\_DPG2003\ Denkanstöße \KunzDD23\_10\Augsbg\_DD13\_10.pdf ISBN 3-936427-71-2
- [3] M. Kunz, B. Grebe, S. Spaarmann: eigener Sonderdruck anlässl. 66. DPG-Physikertagung 18.3. - 22.3.2002 in Leipzig
- [4] Manfred Kunz: Patent eingereicht: 02.09.2003 Veröffentlichungsdatum 03.03.2005 Anmelder: M. Kunz e. Kfm. www.kunz-consult.com
- [5] W. Greiner, J. Rafelski: Theoretische Physik, Verlag Harri Deutsch, Bd. 3A S.148
- [6] Eckhard Rebhahn: Theoretische Physik, Bd. 1, Spektrum, Akad. V. Heidelberg; Berlin 1999 S. 848
- [7] W. E. Gettys: Physics: classical and modern, Photo Researchers/ Bernice Abbott
- [8] C. Kimberling, "Major centers of triangles" Amer. Math. Monthly 104 (1997) 431-438
- [9] Dierck E. Liebscher: Relativitätstheorie mit Lineal und Zirkel, Harri Deutsch, Ffm. 1991
- [10] Bianca Grebe: „Der gerade Stoß- Traumjob Einstein“ Kunz Consult e. Kfm. Leipzig 2001, ISBN 3-00-008889-X Bd. 1
- [11] E. F. Taylor, J. A. Wheeler, *Physik der Raumzeit* Verlag Spektrum 1994
- [12] B. M. Jaworski, A.A. Detlaf: Physik griffbereit, Akademie-Verl. Berlin 1972 S. 72
- [13] M. Kunz, *Analogie-Vorrichtung eines binären Informationsspeichers für Strahlenenergie-Umwandlung* Schutzrecht DD229234, WP G09B/ 2688038 (1984-10-29)
- [14] M. Kunz, *Synergie Syntropie Nichtlineare Systeme 1* (1995) 135 ISBN 3-930433-04-4
- [15] D. H. Katayama: *Chemical Physics Letters* 62(1979)3, S.542
- [16] S. Klee: „Exotische Atome: Protonium“, *Physik in unserer Zeit* 20(1989)1, S.25
- [17] R. Haussner: *Abhandlungen über regelmäßige Sternkörper*, Leipzig (1906) Verl. Von W. Engelmann auch Dt. Bücherei SB1658-15
- [18] Autorenkollektiv: *Mathematik*, VEB Verlag Enzyklopädie, Leipzig, 1967, S.190